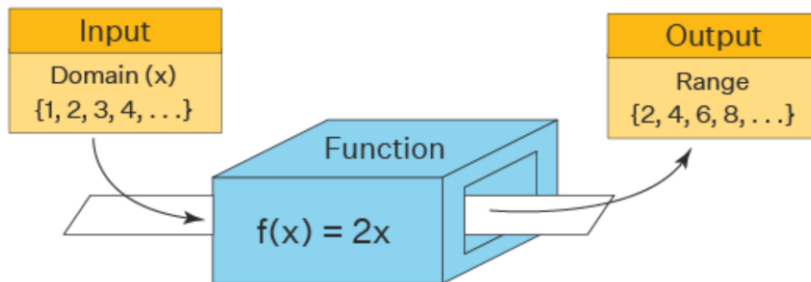


មេរៀនទី៣ អថេរភាពនិងក្រាបនៃអនុគមន៍

សេចក្តីផ្តើម

ដើម្បីប៉ាន់ស្មាន ឬយកគំរូតាមសមីការណាមួយ ទៅប្រើប្រាស់ក្នុងវិទ្យាសាស្ត្រ បច្ចេកវិទ្យា វិស្វកម្ម សិល្បៈ និងសេដ្ឋកិច្ច យើងត្រូវយល់ឱ្យបានស៊ីជម្រៅពីការសិក្សាអនុគមន៍ ជាឧទាហរណ៍ក្នុងការចតវិដេអូ ដើម្បីកែលម្អ គុណភាពរូបភាព សូរស័ព្ទ និងសំឡេងច្បាស់ល្អ ចាំបាច់ណាស់គឺយើងត្រូវយល់ពីការសិក្សាអនុគមន៍សនិទាន។

និយមន័យអនុគមន៍



អនុគមន៍ជាទំនាក់ទំនងទ្វេធាតុដែលអថេរឯករាជ្យមួយផ្តល់រូបភាពតែមួយគត់នៅក្នុងដែនកំណត់របស់វា។

១- អនុគមន៍ពហុធា $y = f(x)$

ក. អនុគមន៍ជីក្រេទី៣

➢ ប្រភេទអនុគមន៍ពហុធាជីក្រេទី៣ មានតម្លៃបម្រាបៀបពីរ ហើយគេដោះស្រាយតាមជំហាន ៖

- ជំហានទី១ : ដែនកំណត់
- ជំហានទី២ : ទិសដៅអថេរភាព
គណនាដេរីវេនិងសិក្សាសញ្ញារបស់វា រកបម្រាបៀប។
- ជំហានទី៣ : លីមីតត្រង់ចុងដែនកំណត់
- ជំហានទី៤ : គូសតារាងអថេរភាព
- ជំហានទី៥ : ភាពប៉ោងផត និងចំណុចរបត់
- ជំហានទី៦ : សង់ក្រាប
 - រកចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាបនិងអ័ក្ស
 - រកនិងសង់បន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចរបត់
 - រកផ្ចិតឆ្លុះ
 - សំណង់ក្រាបតាងអនុគមន៍។

* ដើម្បីសង់ក្រាបអោយបានត្រឹមត្រូវគេត្រូវ៖

- ដៅចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាបនិងអ័ក្ស
- ដៅចំណុចអប្បបរមា និងអតិបរមា
- សង់បន្ទាត់ប៉ះនិងក្រាបត្រង់ចំណុចរបត់។

* របៀបបង្ហាញផ្ចិតឆ្លុះ តាមរូបមន្តបំលែងអក្សរ $I(x_0, y_0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃខ្សែកោង

តាមរូបមន្តបំលែងអក្សរ

$$\begin{cases} x = x_0 + x \\ y = y_0 + y \end{cases} \text{ រួចទាញរក } y \text{ ជាអនុគមន៍នៃ } x \text{ ហើយបង្ហាញថាអនុគមន៍ } y \text{ ជាអនុគមន៍សេស។}$$

* ក្រាប C របស់អនុគមន៍ដឺក្រេទី 3 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ មានចំណុចរបត់ជាផ្ចិតឆ្លុះ។

១.១-ទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍

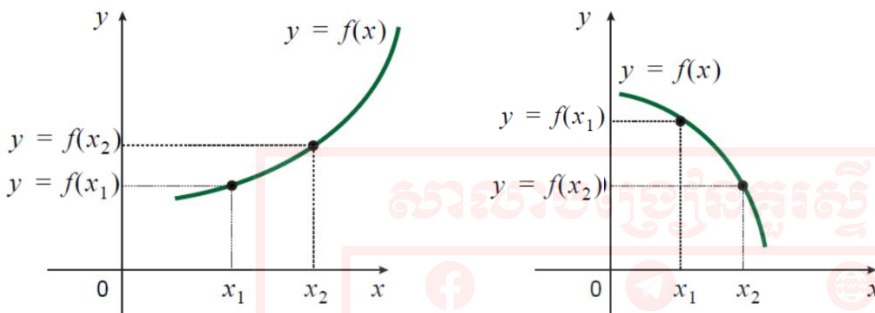
ជាទូទៅ

f ជាអនុគមន៍កើននៅលើចន្លោះ (a, b) លុះត្រាតែ $f'(x) > 0$ គ្រប់ $x \in (a, b)$ ។

f ជាអនុគមន៍ចុះនៅលើចន្លោះ (a, b) លុះត្រាតែ $f'(x) < 0$ គ្រប់ $x \in (a, b)$ ។

f ជាអនុគមន៍ថេរនៅលើចន្លោះ (a, b) លុះត្រាតែ $f'(x) = 0$ គ្រប់ $x \in (a, b)$ ។

អនុគមន៍កើន-អនុគមន៍ចុះ



- f ជាអនុគមន៍កើននៅលើចន្លោះ I មួយ កាលណា $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2$ នាំឱ្យ

$$f(x_1) < f(x_2) \quad \text{។}$$

- f ជាអនុគមន៍ចុះនៅលើចន្លោះ I មួយ កាលណា $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2$ នាំឱ្យ

$$f(x_1) > f(x_2) \quad \text{។}$$

១.២-អតិបរមាធៀបនិងអប្បបរមាធៀបនៃអនុគមន៍

ជាទូទៅ

f មានអតិបរមាធៀបត្រង់ x_0

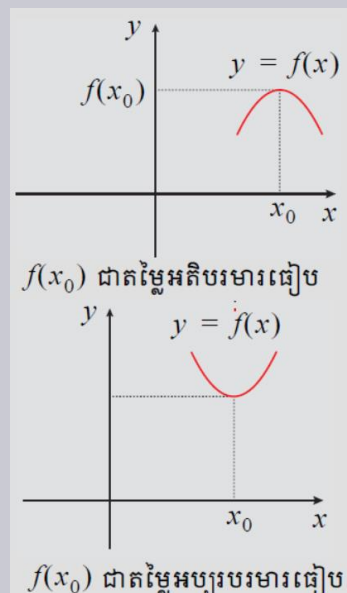
$$\text{កាលណា } \begin{cases} f'(x) > 0 & \text{ចំពោះ } x < x_0 \\ f'(x) = 0 & \text{ចំពោះ } x = x_0 \\ f'(x) < 0 & \text{ចំពោះ } x > x_0 \end{cases}$$

($f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី (+) ទៅ (-))

f មានអប្បបរមាធៀបត្រង់ x_0

$$\text{កាលណា } \begin{cases} f'(x) < 0 & \text{ចំពោះ } x < x_0 \\ f'(x) = 0 & \text{ចំពោះ } x = x_0 \\ f'(x) > 0 & \text{ចំពោះ } x > x_0 \end{cases}$$

($f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី (-) ទៅ (+))



ការបង្ហាញអតិបរមាធៀបនិងអប្បបរមាធៀបតាមដេរីវេទី២

បើអនុគមន៍ $y = f(x)$ មានដេរីវេពីរដងលើចន្លោះមួយដែលមាន x_0 នោះ

- f មានអតិបរមាធៀបត្រង់ x_0 កាលណា $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases}$

- f មានអប្បបរមាធៀបត្រង់ x_0 កាលណា $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$

១.៣-ចំណុចរបត់នៃខ្សែកោង

* ចំនុច $I(x_0, y_0)$ ជាចំនុចរបត់ខ្សែកោង តាងអនុគមន៍ f កាលណាខ្សែកោងប៉ោង(ឬជ្រក) នៅលើ $[a, x_0]$ ហើយជ្រក(ឬប៉ោង)លើ $[x_0, b]$ ។

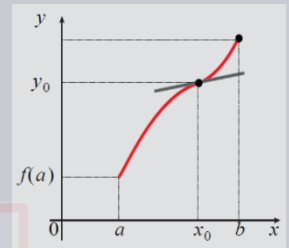
* របៀបរកចំនុចរបត់ខ្សែកោង តាងអនុគមន៍ f :

ជំហានទី១ : រក $f''(x)$

ជំហានទី២ : ដោះស្រាយសមីការ $f''(x) = 0$

ជំហានទី៣ : សិក្សាសញ្ញានៃ $f''(x)$

- បើ $f''(x)$ ផ្លាស់សញ្ញានៅសងខាង x_0 នោះខ្សែកោងមានចំណុចរបត់ $I(x_0, y_0)$ ។
- បើ $f''(x)$ មិនផ្លាស់សញ្ញា នោះខ្សែកោងគ្មានចំណុចរបត់ទេ។



លំហាត់អនុវត្ត

- សិក្សាទិសដៅអថេរភាព រកអតិបរមានិងអប្បបរមា ហើយសង្ខេបតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍នីមួយៗដូចខាងក្រោម៖
 - $y = -x^3 + 3x^2 + 4$
 - $y = f(x) = x(x-3)^2$
 - $y = f(x) = -x^2(x-1)^2$
- គេឱ្យអនុគមន៍មួយកំណត់ដោយ $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3bx + 2$ មានអតិបរមាធៀបត្រង់ $x=1$ និងមានអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x=2$ ។
 - រកតម្លៃនៃចំនួនពិត a និង b ។
 - រកផលដករវាងតម្លៃអតិបរមានិងអប្បបរមាធៀបនៃ f ។
- គេឱ្យអនុគមន៍មួយកំណត់ដោយ $y = x^2 + ax + b$ កំណត់មេគុណ a និង b ដើម្បីអោយ y មានតម្លៃអប្បបរមាធៀបស្មើ 3 ត្រង់ $x=1$ ។
- រកតម្លៃបរមាធៀបរបស់អនុគមន៍ $f(x) = x^3 - 3x + 2$ ។
- កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីអោយអនុគមន៍ $f(x) = x^3 + ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ មានបរមាពីរ។
 - សំណួរដូចគ្នាចំពោះអនុគមន៍ $f(x) = x^3 + ax^2 + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ ។
- កំណត់រកអនុគមន៍ $f(x) = ax^2 + bx + c$ ដោយដឹងថាខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍កាត់តាមចំណុច $A(2, 1)$ ហើយមានបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោងត្រង់ចំណុច $B(-1, -3)$ ស្របអ័ក្ស $(x'Ox)$ ។

ខ. អនុគមន៍បីក្រាប

* C ជាក្រាបនៃ $y = ax^4 + bx^2 + c$, $a \neq 0$

- បើ $ab > 0$ ឬ $b = 0$ នោះ C គ្មានចំណុចរបត់

- បើ $ab < 0$ នោះក្រាប C មានចំណុចរបត់ពីរ។

លំហាត់អនុវត្ត

- សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ខាង $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ ។
- អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = x^3 - 3x + 2$ ហើយមានក្រាប C ។
 - បង្ហាញថាចំណុច $I(0, 2)$ ជាចំណុចរបត់និងជាផ្ចិតឆ្លុះនៃ C ។
 - រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុចរបត់ I ។
 - សង់តារាងអថេរភាពនៃ f និងក្រាប C ក្នុងតម្រូវអរតូណូម៉ាល់។
- អនុគមន៍ $y = x^3 + mx + 5$ កំណត់នល $\mathbb{R}$ ហើយ m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ។
 - រកតម្លៃ m ដើម្បីអោយអនុគមន៍មានអតិបរមាធៀបនិងអប្បបរមាធៀប។
 - សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ចំពោះ $m = -3$ ។
- អនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 - រកតម្លៃនៃលេខមេគុណ a, b, c និង d ដោយដឹងថាអនុគមន៍មានអតិបរមាធៀប $y = 4$ ត្រង់ $x = 1$ ហើយក្រាបប៉ះនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $x = 3$ ។
 - សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាបតាង $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ ។
- អនុគមន៍ $f_a(x) = x^3 - 1 - a(x-1)$ មានក្រាប C_a ទៅតាមតម្លៃប៉ារ៉ាម៉ែត្រ a នីមួយៗ ។
 - រកតម្លៃ a ដើម្បីអោយក្រាប C_a ប៉ះនឹងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។
 - សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ ។
- អនុគមន៍ $y = x^3 - x$ មានក្រាប C ។
 - បង្ហាញថា $A(-1, 0)$ ជាចំណុចប្រសព្វមួយរវាងក្រាប C និងបន្ទាត់ L មានសមីការ $y = a(x+1)$
 - រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាប C ត្រង់ចំណុច A
 - រកតម្លៃ a ដើម្បីអោយ L កាត់ក្រាប C ត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា M_1 និង M_2 ក្រៅពីចំណុច A ។ រកសំណុំចំណុចកណ្តាល I នៃអង្កត់ $[M_1M_2]$ ។
- សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម
 - $y = 2x^2 - x^4$ ឬ $y = -x^4 + 2x^2$
 - $y = x^4 - 6x^2 + 5$
- គេអោយអនុគមន៍ $y = x^4 - mx^2 + 3$ ដែល m ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។
 - រកតម្លៃ m ដើម្បីអោយក្រាបនៃអនុគមន៍នេះមានចំណុចរបត់ពីរ ។
 - រកតម្លៃ m ដើម្បីអោយក្រាបនៃអនុគមន៍គ្មានចំណុចរបត់ ។

២. សញ្ញាណអនុគមន៍សនិទាន

ជាទូទៅ

អនុគមន៍សនិទានជាអនុគមន៍ដែលមានរាង :

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} \text{ ឬ } y = \frac{P(x)}{Q(x)} \text{ ដែល } P(x), Q(x) \text{ ជាអនុគមន៍ពហុធា និង } Q(x) \neq 0$$

* C ជាក្រាបរបស់អនុគមន៍សនិទាន $y = f(x)$ ក្រាប C អាចមានអាស៊ីមតូតឈរផង និងដេកផង។

ដើម្បីសិក្សាអនុគមន៍ $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ ដែល $P(x), Q(x)$ ជាអនុគមន៍ពហុធាយើងត្រូវ៖

- រកដែនកំណត់ : អនុគមន៍មានន័យលុះត្រាតែ $Q(x) \neq 0$
- រកលីមីតចុងដែនកំណត់ : គណនា $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \dots$
- រកសមីការអាស៊ីមតូត : បើ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = c$ នោះសមីការ $y = c$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតដេក
បើ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$ នោះសមីការ $x = a$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតឈរ
បើ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ នោះ $y = ax + b$ ជាសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត
- គណនាដេរីវេ $f'(x)$: ប្រើរូបមន្ត $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$
រួចរកឫសនៃសមីការ $f'(x) = 0$ (បើមានឫស) (ដាក់ភាគយកឱ្យស្មើ ០)
- សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ $f'(x)$: (បើ $f'(x) = 0$ មានឫស) ក្រាបសញ្ញាដូច a ក្នុងឫសមានសញ្ញាផ្ទុយពី a
- រកតម្លៃបរមាញ់ប (បើមាន) : បើ $f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី (+) ទៅ (-) ត្រង់ $x = \alpha$ នោះ f មានចំណុចអតិបរមា
បើ $f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី (-) ទៅ (+) ត្រង់ $x = \beta$ នោះ f មានចំណុចអប្បបរមា
- រកចំណុចរបត់ (បើមាន) : រកឫសនៃសមីការ $f''(x) = 0$ (បើមានឫស)
- សង់តារាងអថេរភាព : យោងតាមសញ្ញា $f'(x)$ និងលីមីតចុងដែនកំណត់
(បើ $f'(x) > 0$ នោះ f កើន ↗ បើ $f'(x) < 0$ នោះ f ចុះ ↘)
- រកចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង និងអ័ក្សកូអរដោនេ ៖
 - ចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោងនិងអ័ក្ស y : ឱ្យ $x = 0$ ជំនួសក្នុង $y = f(x)$ ដើម្បីរកតម្លៃ $y = ?$
 - ចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោងនិងអ័ក្ស x : ឱ្យ $y = 0$ ដោះស្រាយសមីការ $f(x) = 0$ ឬ $P(x) = 0$ ដើម្បីរកតម្លៃ x
(អាចប្រើតារាងជំនួយក្នុងករណីគ្មានចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង និងអ័ក្សកូអរដោនេ ឬគូសមិនចេញ)
- រកចំណុចប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតដេក និងខ្សែកោង (បើមាន) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការអាស៊ីមតូត និងអនុ.
- រកផ្ចិតឆ្លុះ (បើមាន) រកចំណុចប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតដោយដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការអាស៊ីមតូត
(តាមរូបមន្ត $f(2a - x) + f(x) = 2b$)
- គូសតម្រុយកូអរដោនេ អាស៊ីមតូតទាំងអស់ និងខ្សែកោង។

២.១-របៀបកំណត់នៃអនុគមន៍សនិទាន

ជាទូទៅ

$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ ដែល $P(x)$, $Q(x)$ ជាអនុគមន៍ពហុធា។ អនុគមន៍ f មានន័យលុះត្រាតែ $Q(x) \neq 0$ ។

ក. ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ : $y = f(x) = \frac{ax+b}{px+q}$

អនុគមន៍មានន័យកាលណា $px+q \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{q}{p}$

ដូចនេះ $D = \mathbb{R} - \left\{-\frac{q}{p}\right\}$ ឬ $D = (-\infty, -\frac{q}{p}) \cup (-\frac{q}{p}, +\infty)$ ។

ខ. ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ : $y = \frac{ax^2+bx+c}{px^2+qx+r}$

អនុគមន៍មានន័យកាលណា $px^2+qx+r \neq 0$ ។

២.២- សមីការអាស៊ីមតូត

និយមន័យ

- បន្ទាត់មានសមីការ $x = a$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f កាលណា $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$ ។
- បន្ទាត់មានសមីការ $y = c$ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f កាលណា $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = c$ ។
- បន្ទាត់មានសមីការ $y = mx + n$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត នៃក្រាបរបស់អនុគមន៍ f កាលណា $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (mx + n)] = 0$ ។

សម្គាល់ ☞ បើអនុគមន៍ f មានទម្រង់ $y = f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{px^2+qx+r}$

មានសមីការអាស៊ីមតូតឈរ អាស្រ័យនឹង px^2+qx+r (អាស្រ័យនឹងដែនកំណត់)

❶ បើ $px^2+qx+r=0$ មានឫសជាចំនួនពិតពីរ α និង β នោះអាស៊ីមតូតឈរមានពីរគឺ $x = \alpha$, $x = \beta$

❷ បើ $px^2+qx+r=0$ មានឫសឌុប x_0 នោះអាស៊ីមតូតឈរ មានតែមួយគត់គឺ $x = x_0$

❸ បើ $px^2+qx+r=0$ គ្មានឫសជាចំនួនពិត នោះអនុគមន៍គ្មានអាស៊ីមតូតឈរទេ ។

អនុគមន៍សនិទាន f មានអាស៊ីមតូតដេកកាលណាដីក្រនៃភាគយកតូចជាងឬស្មើដីក្រនៃភាគបែង។

☞ របៀបកសាងសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត

បើអនុគមន៍ f មានទម្រង់ $y = f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{px+q}$ នោះយើងសរសេរ f ជាទម្រង់កាណូនិក

ដោយចែកពហុធា (ax^2+bx+c) នឹង $(px+q)$ គេបាន $f(x) = mx + n + \frac{k}{px+q}$ ។

ដោយ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (mx + n)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{k}{px+q} \right) = 0$

ដូច្នេះ បន្ទាត់មានសមីការ $y = mx + n$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាបតាង f ។

២.៣- ទិសដៅអថេរភាព

ចាំបាច់

- គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ប្រើរូបមន្ត $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ រួចដោះស្រាយ $f'(x) = 0$ ចំពោះ $x \in D$
- សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ: បើ $f'(x) = 0$ មានឫស (ក្រៅឫសសញ្ញាដូច a ក្នុងឫសមានសញ្ញាផ្ទុយពី a)
- រកតម្លៃបរមាជៀប (បើ $f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី (+) ទៅ (-) ត្រង់ $x = \alpha$ នោះ f មានចំណុចអតិបរមាជៀប)
(បើ $f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី (-) ទៅ (+) ត្រង់ $x = \beta$ នោះ f មានចំណុចអប្បបរមាជៀប)
- * បើ $f'(x) = 0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នានោះ អនុគមន៍មានអតិបរមាជៀបមួយ និង អប្បបរមាជៀបមួយ
- * បើ $f'(x) = 0$ មានឫសឌុប នោះ អនុគមន៍គ្មានបរមាជៀបទេ
- * បើ $f'(x) = 0$ គ្មានឫស នោះ អនុគមន៍គ្មានបរមាជៀបទេ
- រកចំណុចរបត់ (បើមាន) : រកឫសនៃសមីការ $f''(x) = 0$ (បើមានឫស)
- សង់តារាងអថេរភាព : យោងតាមសញ្ញា $f'(x)$ និងលីមីតចុងដែនកំណត់
(បើ $f'(x) > 0$ នោះ f កើន $\nearrow$ បើ $f'(x) < 0$ នោះ f ចុះ $\searrow$) ។

លំហាត់អនុគមន៍សនិទាន

1. សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាបនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម

ក. $y = \frac{1-2x}{2(x-2)}$

ខ. $y = \frac{1-x}{x-3}$ ចំពោះ $x \in (3, +\infty)$

គ. $y = \frac{x-2}{2x}$ ចំពោះ $x \in (-\infty, 2]$

2. អនុគមន៍ $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ មានក្រាប H ។

ក. រកមេគុណ a, b, c និង d ដោយដឹងថាក្រាប H កាត់តាមចំណុច $E(-3, -1)$, $F(0, 5)$ និង $G(3, 2)$ ។

ខ. រកមេគុណ a, b, c និង d ដោយដឹងថាបន្ទាត់ $L_1: x = 2$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប H ហើយបន្ទាត់ $L_2: y = \frac{3}{2}x + 1$ ប៉ះនឹងក្រាប H ត្រង់ចំណុច $A(0, 1)$ ។

3. អនុគមន៍ $y = \frac{x+b}{cx+d}$ មានក្រាប H ។

ក. រកមេគុណ b, c, d ដើម្បីអោយក្រាប H កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $x = -1$ កាត់អ័ក្សអរដោនេត្រង់ $y = -1$ និងកាត់ $A(2, 3)$ ។

ខ. សិក្សាអថេរភាពនិងសង់ក្រាប H នៃ f ។

គ. កំណត់ចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប H និងបន្ទាត់ $L: y = x$ ។