លំហាត់ជ្រើសរើស

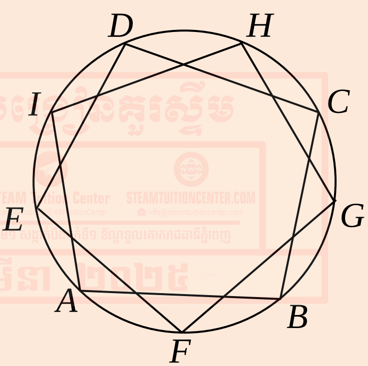
សម្រាប់សិស្សពូកែថ្នាក់ទី៩

លំហាត់ទី១៖

គណនាផលបូកមុំផ្កាយៈ

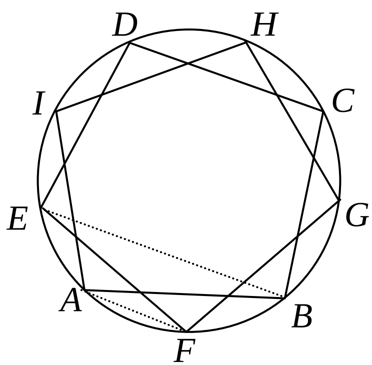
$$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H+\angle I$$

នៃរូបខាងក្រោមៈ



ដំណោះស្រាយ

គណនា $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H+\angle I$



គូសភ្ជាប់ AF និង BE គេបាន ៖

$$\angle A = \angle IAF - \angle BAF \quad , \quad \angle F = \angle AFG - \angle EFA$$

$$\angle E = \angle DEB + \angle BEF \quad , \quad \angle B = \angle CBE + \angle EBA$$

គេបាន $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I$

$$= (\angle IAF - \angle BAF) + (\angle CBE + \angle EBA) + \angle C + \angle D$$

$$+ (\angle DEB + \angle BEF) + (\angle AFG - \angle EFA) + \angle G + \angle H + \angle I$$

$$= \angle IAF + \angle AFG - (\angle BAF + \angle EFA) + \angle DEB + \angle CBE$$

$$+ (\angle BEF + \angle EBA) + \angle C + \angle D + \angle G + \angle H + \angle I$$

តែ $\angle BAF + \angle EFA = \angle BEF + \angle BEA$ គេបាន៖

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I$$
$$= \angle IAF + \angle AFG + \angle DEB + \angle CBE + \angle C + \angle D + \angle G + \angle H + \angle I$$

$$= \angle IAF + \angle AFG + \angle G + \angle H + \angle I + \angle DEB + \angle CBE + \angle C + \angle D$$

ដោយ $\angle IAF + \angle AFG + \angle G + \angle H + \angle I = 540^o$

(ផលបូកមុំក្នុងបញ្ចកោណ)

និង $\angle DEB + \angle CBE + \angle C + \angle D = 360^o$

(ផលបូកមុំក្នុងចតុកោណ)

គេបាន

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I = 540^o + 360^o = 900^o$$

ដូចនេះ

$$\boxed{\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I = 900^o}$$

លំហាត់ទី២៖

គេឱ្យ $f(x)=\dfrac{a^x}{a^x+\sqrt{a}}$ ចំពោះ $a>0$ ។

ក. គណនា $f(x)+f(y)$ ដោយដឹងថា $x+y=1$។

ខ. គណនាផលបូក ៖

$$S_{2012}=f\left(\frac{1}{2013}\right)+f\left(\frac{2}{2013}\right)+f\left(\frac{3}{2013}\right)+\cdots+f\left(\frac{2012}{2013}\right)$$

គ. គណនាផលបូក

$$S_{2013}=f\left(\frac{1}{2014}\right)+f\left(\frac{2}{2014}\right)+f\left(\frac{3}{2014}\right)+\cdots+f\left(\frac{2013}{2014}\right)$$

ដំណោះស្រាយ

ក. គណនា $f(x)+f(y)$

គេមាន $f(x)=\dfrac{a^x}{a^x+\sqrt{a}}$ ហើយ $x+y=1\Rightarrow y=1-x$

នោះ $f(y)=\dfrac{a^y}{a^y+\sqrt{a}}=\dfrac{a^{1-x}}{a^{1-x}+\sqrt{a}}$

គេបាន $f(x)+f(y)=\dfrac{a^x}{a^x+\sqrt{a}}+\dfrac{a^{1-x}}{a^{1-x}+\sqrt{a}}$

$$=\frac{a^x\left(a^{1-x}+\sqrt{a}\right)+a^{1-x}\left(a^x+\sqrt{a}\right)}{(a^x+\sqrt{a})(a^{1-x}+\sqrt{a})}$$

$$=\frac{a+a^x\sqrt{a}+a+a^{1-x}\sqrt{a}}{a+a^x\sqrt{a}+a^{1-x}\sqrt{a}+a}=1$$

ដូចនេះ $\boxed{f(x)+f(y)=1}$

ខ. គណនា

$$S=f\left(\frac{1}{2013}\right)+f\left(\frac{2}{2013}\right)+f\left(\frac{3}{2013}\right)+\cdots+f\left(\frac{2012}{2013}\right)$$

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $f(x)+f(y)=1$ ចំពោះ $x+y=1$

ហើយ
$$\frac{1}{2013}+\frac{2012}{2013}=1\Rightarrow f\left(\frac{1}{2013}\right)+f\left(\frac{2012}{2013}\right)=1$$
$$\frac{2}{2013}+\frac{2011}{2013}=1\Rightarrow f\left(\frac{2}{2013}\right)+f\left(\frac{2011}{2013}\right)=1$$
$$\frac{3}{2013}+\frac{2010}{2013}=1\Rightarrow f\left(\frac{3}{2013}\right)+f\left(\frac{2010}{2013}\right)=1$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$\frac{1006}{2013}+\frac{1007}{2013}=1\Rightarrow f\left(\frac{1006}{2013}\right)+f\left(\frac{1007}{2013}\right)=1$$

គេបាន $S=\underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{1006\text{ដង}}=1006$

ដូចនេះ $\boxed{S_{2012}=1006}$

គ. គណនាផលបូក

$$S_{2013}=f\left(\frac{1}{2014}\right)+f\left(\frac{2}{2014}\right)+f\left(\frac{3}{2014}\right)+\cdots+f\left(\frac{2013}{2014}\right)$$

តាមសម្រាយខាងលើគេមាន $f(x)+f(y)=1$ ចំពោះ $x+y=1$

ហើយ
$$\frac{1}{2014}+\frac{2013}{2014}=1\Rightarrow f\left(\frac{1}{2014}\right)+f\left(\frac{2013}{2014}\right)=1$$
$$\frac{2}{2014}+\frac{2012}{2014}=1\Rightarrow f\left(\frac{2}{2014}\right)+f\left(\frac{2012}{2014}\right)=1$$

$$\frac{3}{2014}+\frac{2011}{2014}=1 \Rightarrow f\left(\frac{3}{2014}\right)+f\left(\frac{2011}{2014}\right)=1$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\frac{1006}{2014}+\frac{1008}{2014}=1 \Rightarrow f\left(\frac{1006}{2014}\right)+f\left(\frac{1008}{2014}\right)=1$$

និង $f\left(\frac{1007}{2014}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{a}}=\frac{1}{2}$

គេបាន $S_{2013}=\left[f\left(\frac{1}{2014}\right)+f\left(\frac{2013}{2014}\right)\right]+\left[f\left(\frac{2}{2014}\right)+f\left(\frac{2012}{2014}\right)\right]+\cdots$

$$+\left[f\left(\frac{1006}{2014}\right)+f\left(\frac{1008}{2014}\right)\right]+f\left(\frac{1007}{2014}\right)$$

$$S_{2013}=\underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{1006\text{ដង}}+\frac{1}{2}=1006+\frac{1}{2}=\frac{2013}{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{S_{2013}=\frac{2013}{2}}$

ជាទូទៅ៖

គេមាន $f(x)+f(y)=1$ ចំពោះ $x+y=1$

យើងសង្កេតឃើញថា $S_{2012}=1006=\frac{2012}{2}$, $S_{2013}=\frac{2013}{2}$

ហើយ $S_1=f\left(\frac{1007}{2014}\right)=\frac{1}{2}$ នោះយើងទាញបានជាទូទៅ:

$\boxed{S_n=\frac{n}{2}}$ ចំពោះ $S_n=f\left(\frac{1}{n+1}\right)+f\left(\frac{2}{n+1}\right)+\cdots f\left(\frac{n}{n+1}\right)$

ដែល $f(x)=\frac{a^x}{a^x+\sqrt{a}}$ $(a>0)$ ក្នុងលក្ខខណ្ឌ $x+y=1$

លំហាត់ទី៣៖

គេឱ្យ $x^2+y^2=1$ និង $bx^2=ay^2$ ដែល $a\neq 0\,,b\neq 0$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}+\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1007}}$ ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $bx^2=ay^2\Leftrightarrow \dfrac{x^2}{a}=\dfrac{y^2}{b}=\dfrac{x^2+y^2}{a+b}$

ដោយ $x^2+y^2=1$ នោះ $\dfrac{x^2}{a}=\dfrac{y^2}{b}=\dfrac{1}{a+b}$

គេបាន $\dfrac{x^2}{a}=\dfrac{1}{a+b}\Rightarrow\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1007}}\qquad(1)$

$\dfrac{y^2}{b}=\dfrac{1}{a+b}\Rightarrow\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1007}}\qquad(2)$

បូកអង្គទាំងពីរនៃ (1) និង (2)

គេបាន $\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}+\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1007}}+\dfrac{1}{(a+b)^{1007}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1007}}$

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}+\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1007}}}$

លំហាត់ទី៤៖

គេឱ្យ $\dfrac{x^4}{a}+\dfrac{y^4}{b}=\dfrac{1}{a+b}$ និង $x^2+y^2=1$ ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}+\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1007}}$ ។

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $\dfrac{x^4}{a}+\dfrac{y^4}{b}=\dfrac{1}{a+b}$

$$\frac{bx^4+ay^4}{ab}=\frac{1}{a+b}$$

$$(a+b)(bx^4+ay^4)=ab$$

$$abx^4+a^2y^4+b^2x^4+aby^4=ab$$

$$(ay^2)^2+(bx^2)^2-2abx^2y^2-ab(x^4+y^4)=ab-2abx^2y^2$$

$$(ay^2-bx^2)^2-ab\left[(x^2+y^2)^2-2x^2y^2\right]=ab-2abx^2y^2$$

$$(ay^2-bx^2)^2-ab(1^2-2x^2y^2)=ab-2abx^2y^2$$

$$(ay^2-bx^2)^2-ab+2abx^2y^2=ab-2abx^2y^2$$

$$(ay^2-bx^2)^2=0$$

$$ay^2-bx^2=0$$

$$ay^2=bx^2$$

$$\frac{x^2}{a}=\frac{y^2}{b}=\frac{x^2+y^2}{a+b}=\frac{1}{a+b}$$

គេបាន $\dfrac{x^2}{a}=\dfrac{1}{a+b}\Rightarrow\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1007}}$ (1)

$\dfrac{y^2}{b}=\dfrac{1}{a+b}\Rightarrow\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{1}{(a+b)^{1007}}$ (2)

បូកអង្គទាំងពីរនៃ (1) និង (2) គេបាន៖

$$\frac{x^{2014}}{a^{1007}}+\frac{y^{2014}}{b^{1007}}=\frac{1}{(a+b)^{1007}}+\frac{1}{(a+b)^{1007}}=\frac{2}{(a+b)^{1007}}$$

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{x^{2014}}{a^{1007}}+\dfrac{y^{2014}}{b^{1007}}=\dfrac{2}{(a+b)^{1007}}}$

លំហាត់ទី៥៖

គេឱ្យ $ax^{2014}=by^{2014}=cz^{2014}$ និង $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1$ ។

ស្រាយបំភ្លឺថា $\sqrt[2014]{ax^{2013}+by^{2013}+cz^{2013}}=\sqrt[2014]{a}+\sqrt[2014]{b}+\sqrt[2014]{c}$ ។

ចម្លើយ

តាង $ax^{2014}=by^{2014}=cz^{2014}=t$

នោះ $\begin{cases} ax^{2013}=\dfrac{t}{x} \\ by^{2013}=\dfrac{t}{y} \\ cz^{2013}=\dfrac{t}{z} \end{cases}$

គេបាន $\sqrt[2014]{ax^{2013}+by^{2013}+cz^{2013}}=\sqrt[2014]{\dfrac{t}{x}+\dfrac{t}{y}+\dfrac{t}{z}}$

$=\sqrt[2014]{t\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)}$

$=\sqrt[2014]{t\cdot 1}$ (ព្រោះ $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1$)

$=1\cdot\sqrt[2014]{t}$

$=\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)\sqrt[2014]{t}$

$=\dfrac{\sqrt[2014]{t}}{x}+\dfrac{\sqrt[2014]{t}}{y}+\dfrac{\sqrt[2014]{t}}{z}$

$=\sqrt[2014]{\dfrac{ax^{2014}}{x^{2014}}}+\sqrt[2014]{\dfrac{by^{2014}}{y^{2014}}}+\sqrt[2014]{\dfrac{cz^{2014}}{z^{2014}}}$

$$= \sqrt[2014]{a} + \sqrt[2014]{b} + \sqrt[2014]{c} \text{ ពិត}$$

ដូចនេះ $\sqrt[2014]{ax^{2013} + by^{2013} + cz^{2013}} = \sqrt[2014]{a} + \sqrt[2014]{b} + \sqrt[2014]{c}$

វិធីម្យ៉ាងទៀត៖

តាង $ax^{2014} = by^{2014} = cz^{2014} = t$

នោះ $\begin{cases} ax^{2013} = \dfrac{t}{x} \\ by^{2013} = \dfrac{t}{y} \\ cz^{2013} = \dfrac{t}{z} \end{cases}$ និង $\begin{cases} a = \dfrac{t}{x^{2014}} \\ b = \dfrac{t}{y^{2014}} \\ c = \dfrac{t}{z^{2014}} \end{cases}$

គេបាន $\sqrt[2014]{ax^{2013} + by^{2013} + cz^{2013}} = \sqrt[2014]{\dfrac{t}{x} + \dfrac{t}{y} + \dfrac{t}{z}}$

$$= \sqrt[2014]{t\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)}$$

$$= \sqrt[2014]{t} \quad (1)$$

(ព្រោះ $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 1$)

ហើយ $\sqrt[2014]{a} + \sqrt[2014]{b} + \sqrt[2014]{c} = \sqrt[2014]{\dfrac{t}{x^{2014}}} + \sqrt[2014]{\dfrac{t}{y^{2014}}} + \sqrt[2014]{\dfrac{t}{z^{2014}}}$

$$= \frac{1}{x}\sqrt[2014]{t} + \frac{1}{y}\sqrt[2014]{t} + \frac{1}{z}\sqrt[2014]{t}$$

$$= \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)\sqrt[2014]{t}$$

$$= \sqrt[2014]{t} \quad (2)$$

តាម (1) និង (2) គេបាន៖

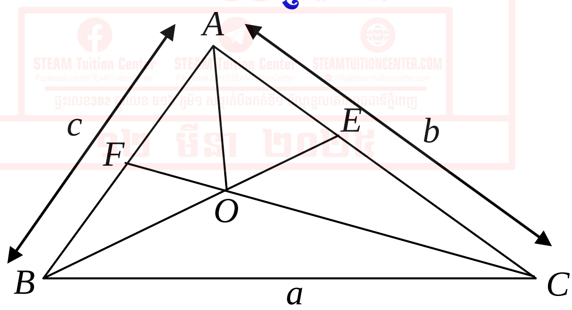
$$\sqrt[2014]{ax^{2013}+by^{2013}+cz^{2013}}=\sqrt[2014]{t}=\sqrt[2014]{a}+\sqrt[2014]{b}+\sqrt[2014]{c}$$

ដូចនេះ $\sqrt[2014]{ax^{2013}+by^{2013}+cz^{2013}}=\sqrt[2014]{a}+\sqrt[2014]{b}+\sqrt[2014]{c}$

លំហាត់ទី៦ ៖

គេឱ្យត្រីកោណ ABC ដែលមានរង្វាស់ជ្រុង $BC=a$, $AC=b$ និង $AB=c$ ។ កន្លះបន្ទាត់ប៉ះ $[BE)$ និង $[CF)$ កាត់គ្នាត្រង់ O ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថាបើ $2\cdot BO\cdot CO=BE\cdot CF$ នោះត្រីកោណ ABC គឺជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។

ដំណោះស្រាយ



គេមាន $[BE)$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ B

នោះ $\dfrac{EA}{EC}=\dfrac{BA}{BC}=\dfrac{c}{a}$

ឬ $\dfrac{EA}{c}=\dfrac{EC}{a}=\dfrac{EA+EC}{c+a}=\dfrac{AC}{a+c}=\dfrac{b}{a+c}$

$$\frac{EA}{c}=\frac{b}{a+c}\Rightarrow EA=\frac{bc}{a+c}$$

$$\frac{EC}{a}=\frac{b}{a+c}\Rightarrow EC=\frac{ab}{a+c}$$

ម៉្យាងទៀត កន្លះបន្ទាត់ប៉ះ $[BE]$ និង $[CF]$ កាត់គ្នាត្រង់ O

នោះ $[AO]$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃមុំ A

ក្នុងត្រីកោណ ABE មាន $[AO]$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះ

គេបាន $\dfrac{OE}{OB}=\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{\frac{bc}{a+c}}{c}=\dfrac{b}{a+c}$

ឬ $\dfrac{OE}{OB}=\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{\frac{bc}{a+c}}{c}=\dfrac{b}{a+c}$

$\dfrac{OE}{b}=\dfrac{OB}{a+c}=\dfrac{OE+OB}{b+a+c}=\dfrac{BE}{a+b+C}$

ឬ $\dfrac{OB}{BE}=\dfrac{a+c}{a+b+c}$ (1)

ដោយ $[CF]$ ជាកន្លះបន្ទាត់ពុះនៃ $\angle C$ គេបាន:

$\dfrac{FA}{FB}=\dfrac{CA}{CB}=\dfrac{b}{a}$ ឬ $\dfrac{FA}{b}=\dfrac{FB}{a}=\dfrac{FA+AB}{b+a}=\dfrac{AB}{a+b}=\dfrac{c}{a+b}$

$$\Rightarrow FB=\frac{ac}{a+b}$$

ម៉្យាងទៀត ក្នុង ΔBFC មានកន្លះបន្ទាត់ពុះ $[OB]$ គេបាន:

$\dfrac{OF}{OC}=\dfrac{BF}{BC}=\dfrac{\frac{ac}{a+b}}{a}=\dfrac{c}{a+b}$

ឬ $\dfrac{OF}{c}=\dfrac{OC}{a+b}=\dfrac{OF+OC}{c+a+b}=\dfrac{FC}{a+b+c}$

ឬ $\dfrac{OC}{FC}=\dfrac{a+b}{a+b+c}$ (2)

ដោយ $2\cdot BO\cdot CO=BE\cdot CF$

នោះ $2\cdot\dfrac{CO}{CF}\cdot\dfrac{BO}{BE}=1$

$$2\cdot\frac{a+b}{a+b+c}\cdot\frac{a+c}{a+b+c}=1$$

$$2(a+b)(a+c)=(a+b+c)^2$$

$$2a^2+2ac+2ab+2bc=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$$

$$\Rightarrow a^2=b^2+c^2$$

ឬ $BC^2=AC^2+AB^2 \Rightarrow \Delta ABC$ ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល A

ដូចនេះ ΔABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A

លំហាត់ទី៧៖

គេឱ្យ $a\,,b\,,c$ ជាបីចំនួនដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $abc=1$។

ស្រាយបំភ្លឺថា $\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ac}=1$

ដំណោះស្រាយ

គេមាន $abc=1$

គេបាន $\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ac}$

$$=\frac{1}{1+a+ab}+\frac{a}{a+ab+abc}+\frac{ab}{ab+abc+ab\cdot ac}$$

$$=\frac{1}{1+a+ab}+\frac{a}{1+a+ab}+\frac{ab}{1+a+ab}$$

$=\frac{1+a+ab}{1+a+ab}=1$ ពិត

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{1+a+ab}+\frac{1}{1+b+bc}+\frac{1}{1+c+ac}=1}$

លំហាត់ទី៨៖

បង្ហាញថា $\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}$

ដំណោះស្រាយ

តាង $A=\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}$

គេបាន
$$\frac{A}{\sqrt{2}}=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{4}+\sqrt{4+2\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{4}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}}$$
$$=\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}+\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}$$
$$=\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}+1}+\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}+1}$$
$$=\frac{(2+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$$
$$=\frac{6-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-3+6+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}-3}{9-3}$$
$$=1$$
$$\Rightarrow A=\sqrt{2}$$
$$\Rightarrow \frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}$$

ដូចនេះ $\boxed{\dfrac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\dfrac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\sqrt{2}}$

លំហាត់ទី៩៖

គណនា៖

$$A=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots}}}$$

$$B=\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\cdots}}}}}$$

$$C=\sqrt{2013+2012\sqrt{2013+2012\sqrt{2013+2012\sqrt{\cdots}}}}$$

ចម្លើយ

$$A=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots}}}\quad (A>2)$$

$$A^2=6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\cdots}}}$$

$$A^2=6+A$$

$$A^2-A-6=0$$

$$(A-3)(A+2)=0$$

$$\Rightarrow A=3,\quad A=-2<0(\text{មិនយក})$$

ដូចនេះ $\boxed{A=3}$

$$B=\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\cdots}}}}}\quad (B>2)$$

$$B^2=3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\cdots}}}}$$

$$B^4=9\cdot 5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\sqrt{5\sqrt{3\cdots}}}}}$$

$$B^4=45B$$

$$B^3=45\Rightarrow B=\sqrt[3]{45}\ (\text{ព្រោះ } B>2)$$

ដូចនេះ $\boxed{B=\sqrt[3]{45}}$

$$C=\sqrt{2013+2012\sqrt{2013+2012\sqrt{2013+2012\sqrt{\cdots}}}}$$

$$C^2=2013+2012\sqrt{2013+2012\sqrt{2013+2012\sqrt{\cdots}}}$$

$$C^2=2013+2012C$$

$$(C+1)(C-2013)=0$$

$$\Rightarrow C=-1<0(\text{មិនយក})\quad,\quad C=2013$$

ដូចនេះ $\boxed{C=2013}$

លំហាត់ទី១០៖

ក. កំណត់តម្លៃ x និង y ដើម្បីឱ្យ $x+y=120$ និង $PGCD(x\,,y)=40$។

ខ. រកតម្លៃលេខនៅខ្ទង់ x និង y ដើម្បីឱ្យ $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 45។

ចម្លើយ

ក. កំណត់តម្លៃ x និង y

គេមាន $x+y=120\quad(1)$

ដោយ $PGCD(x\,,y)=40$ នោះតាង $x=40a$ និង $y=40b$

ដែល a និង b ជាចំនួនបឋមរវាងគ្នា

នោះ (1) គេបាន $40a+40b=120$

ឬ $a+b=3$

នោះ $a+b=1+2$ ឬ $a+b=2+1$

$\Rightarrow a=1,b=2$ ឬ $a=2,b=1$

- បើ $a=1,b=2$ គេបាន $x=40\cdot1=40$

  និង $y=40\cdot2=80$

- បើ $a=2,b=1$ គេបាន $x=40\cdot2=80$

  និង $y=40\cdot1=40$

ដូចនេះ $x=40\,,y=80$ ឬ $x=80\,,y=40$

ខ. រកតម្លៃលេខនៅខ្ទង់ x និង y ដើម្បីឱ្យ $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 45

ដោយ $45=5\times 9$ ដែល $(5,9)=1$

នោះ $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 45 កាលណា:

$\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 5 ផង និង $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 9 ផង

➢ $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 5 កាលណាលេខខាងចុង $y=0$ ឬ $y=5$

☞ បើ $y=0$ គេបាន ៖

★ ចំនួន $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 9 កាលណា:

$1+3+5+x+4+0$ ចែកដាច់នឹង 9

$9+4+x$ ចែកដាច់នឹង 9

$4+x$ ចែកដាច់នឹង 9

$4+x=9k \Rightarrow x=9k-4$

$k=1 \Rightarrow x=9-4=5$

(ព្រោះ $0\le x\le 9$ និង x ជាចំនួនគត់)

☞ បើ $y=5$ គេបាន ៖

★ ចំនួន $\overline{135x4y}$ ចែកដាច់នឹង 9 កាលណា:

$1+3+5+x+4+5$ ចែកដាច់នឹង 9

$18+x$ ចែកដាច់នឹង 9

x ចែកដាច់នឹង 9

$x=9k$

$k=0 \Rightarrow x=9\cdot 0=0$

$k=1 \Rightarrow x=9\cdot 1=9$

ដូចនេះ លេខនៅខ្ទង់ x និង y គឺ $(x=5, y=0)$, $(x=0, y=5)$,

$(x=9, y=5)$

ហើយចំនួននោះគឺ 135540 , 135045 , 135945