ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

ឈ្មោះ : ....

បន្ទប់លេខ : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូ បឋមសិក្សា និង មធ្យមសិក្សា " ១២ + ២ "

តុលេខ : ....

ហត្ថលេខា : ....

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១៤ វិច្ឆិកា ឆ្នាំ ២០០២

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : ០២ ម៉ោង

ប្រធាន :

១ - ក. គណនាលីមីតអនុគមន៍ : $f(x) = \frac{\sin 2x - \sin x}{\sin 2x + \sin x}$ កាលណា x ខិតជិតសូន្យ ។

ខ. គណនាផ្នែក ពិត និង ផ្នែកនិមិត្ត នៃចំនួនកុំផ្លិច : $z = \frac{1+i}{(1+i\sqrt{3})^4}$ ។ (២ ពិន្ទុ)

២ - សិក្សាភាពជាប់ និង ភាពមានដេរីវេនៃអនុគមន៍ : $f(x) = |(x-1)(x^2-x)|$ ត្រង់ចំនុច $x = 0$ ។ (២ ពិន្ទុ)

៣ - f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដែល $f(x) = |(x-1)(x-2)|$ ។ គណនា $J = \int_0^2 f(x)dx$ ។ (១ ពិន្ទុកន្លះ)

៤ - ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ $(\vec{O}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេមានចំណុច $A(1;1;1)$; $B(2;3;4)$; $C(6;5;2)$ និង $D(7;7;5)$ ។

ក. បង្ហាញថា ABCD ជាកំពូលនៃប្រលេឡូក្រាម ។

ខ. គណនាក្រលាផ្ទៃនៃប្រលេឡូក្រាមនេះ ។ (២ ពិន្ទុ)

៥ - គេឲអនុគមន៍ $f(x) = 2 + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}$ ដែលកំណត់ក្នុង $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ ។

ក. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)$ និង សិក្សាសញ្ញារបស់វា ។

ខ. រកឫសសមីការ $f(x) = 0$ ។

គ. សិក្សាអថេរភាព និង គូសខ្សែកោង (c) តាងអនុគមន៍ $f(x)$ ក្នុងតំរុយអរតូណរមេ រួចរកកូអរដោនេចំណុចរបត់ ។

ឃ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ ទៅនឹងខ្សែកោង (c) ត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីសស្មើសូន្យ ។ (២ ពិន្ទុកន្លះ)

① ក. គណនាលីមីត

យើងមាន $f(x) = \dfrac{\sin 2x - \sin x}{\sin 2x + \sin x}$

$= \dfrac{2\sin x\cos x - \sin x}{2\sin x\cos x + \sin x}$

$= \dfrac{\sin x(2\cos x - 1)}{\sin x(2\cos x + 1)}$

$= \dfrac{2\cos x - 1}{2\cos x + 1}$

យើងបាន $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\cos x - 1}{2\cos x + 1}$

$= \dfrac{2\cdot 1 - 1}{2\cdot 1 + 1}$

$= \dfrac{1}{3}$

ដូចនេះ: $\boxed{\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \dfrac{1}{3}}$

2. គណនាផ្នែកពិត និងផ្នែកនិម្មិត:

យើងមាន $z = \dfrac{1+i}{(1+i\sqrt{3})^4}$

$= \dfrac{1+i}{[(1+i\sqrt{3})^2]^2}$

$= \dfrac{1+i}{[1+2i\sqrt{3}+(i\sqrt{3})^2]^2}$

$= \dfrac{1+i}{4(i\sqrt{3}-1)^2}$

$= \dfrac{1+i}{4(-3-2i\sqrt{3}+1)}$

$= \dfrac{1+i}{-8(1+i\sqrt{3})}$

$= \dfrac{(1+i)(1-i\sqrt{3})}{-8(1+i\sqrt{3})(1-i\sqrt{3})}$

$= \dfrac{(1+\sqrt{3})+i(1-\sqrt{3})}{-32}$

$= \dfrac{-1-\sqrt{3}}{32} + i\,\dfrac{\sqrt{3}-1}{32}$

ដូចនេះ: $\boxed{\text{ផ្នែកពិតគឺ } \dfrac{-1-\sqrt{3}}{32}\ ;\ \text{ផ្នែកនិម្មិតគឺ } \dfrac{\sqrt{3}-1}{32}}$

3. សិក្សាភាពជាប់ និងភាពមានដេរីវេ:

* ភាពជាប់ត្រង់ $x=0$

យើងមាន $f(x) = (x-1)|x^2-x|$

យើងបាន $f(0) = (0-1)|0^2-0|$

$= 0$

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} (x-1)|x^2-x|$

$= 0$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} (x-1)|x^2-x|$

$= 0$

ដោយ $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0) = 0$

ដូចនេះ: អនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ $x=0$ ។

* ភាពមានដេរីវេត្រង់ $x=0$:

$f'_-(0) = \lim\limits_{h\to 0^-} \dfrac{f(0+h)-f(0)}{h}$

$= \lim\limits_{h\to 0^-} \dfrac{f(h)}{h}$

$= \lim\limits_{h\to 0^-} \dfrac{(h-1)|h^2-h|}{h}$

$= \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{|h|(h-1)|h-1|}{h}$

$= \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{-h(h-1)|h-1|}{h}$

$= -(0-1)|0-1|$

$= 1$

$f'_+(0) = \lim\limits_{h\to 0^+} \dfrac{f(0+h)-f(0)}{h}$

$= \lim\limits_{h\to 0^+} \dfrac{f(h)}{h}$

$= \lim\limits_{h\to 0^+} \dfrac{(h-1)|h^2-h|}{h}$

$= \lim\limits_{h\to 0^+} \dfrac{|h|(h-1)|h-1|}{h}$

$= (0-1)|0-1|$

$= -1$

ដោយ $f'_-(0) = 1 \neq f'_+(0) = -1$

ដូចនេះ: អនុគមន៍ f គ្មានដេរីវេត្រង់ $x=0$ ទេ។

③ គណនាអាំងតេក្រាល:

យើងមាន $f(x)=|(x-1)(x-2)|$

$=|x^2-3x+2|$

យើងបានតារាងសញ្ញា

x	$-\infty$	1		2	$+\infty$
x^2-3x+2	$+$	0	$-$	0	$+$
$\|x^2-3x+2\|$	x^2-3x+2	0	$-(x^2-3x+2)$	0	x^2-3x+2

នោះ: $J=\int_0^2 f(x)$

$=\int_0^2|x^2-3x+2|dx$

$=\int_0^1(x^2-3x+2)dx-\int_1^2(x^2-3x+2)dx$

$=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+2x\right]_0^1-\left[\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+2x\right]_1^2$

$=\left[\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+2\right)-0\right]-\left[\left(\frac{8}{3}-6+4\right)-\left(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+2\right)\right]$

$=1$

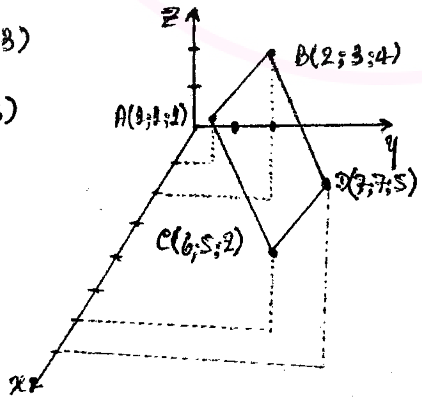
ដូចនេះ: $\boxed{J=1}$

④ ក. បង្ហាញ:

យើងមាន: $A(1;1;1);B(2;3;4);C(6;5;2);D(7;7;5)$

យើងបាន: $\vec{AB}(1;2;3)$

$\vec{CD}(1;2;3)$



ដោយ $\vec{AB}=\vec{CD}$

$\Rightarrow \vec{AB}\parallel\vec{CD}$ (1)

$\vec{AC}(5;4;1)$

$\vec{BD}(5;4;1)$

ដោយ $\vec{AC}=\vec{BD} \Rightarrow \vec{AC}\parallel\vec{BD}$ (2)

តាម (1) និង (2) យើងបាន:

$ABCD$ ជាប្រលេឡូក្រាម ។

ខ. គណនាក្រឡាផ្ទៃ:

យើងមាន $\vec{AB}(1;2;3)$; $\vec{AC}(5;4;1)$

$\Rightarrow \vec{AB}\times\vec{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & 3\\ 5 & 4 & 1\end{vmatrix}$

$=(2-12)\vec{i}-(1-15)\vec{j}+(4-10)\vec{k}$

$=-10\vec{i}+14\vec{j}-6\vec{k}$

យើងបាន $S_{ABCD}=\|\vec{AB}\times\vec{AC}\|$

$=\sqrt{(-10)^2+14^2+(-6)^2}$

$=2\sqrt{83}$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ: $\boxed{S_{ABCD}=2\sqrt{83}\text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

⑤ ក. គណនាដេរីវេ:

យើងមាន $f(x)=2+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(x+1)^2}$

$=\frac{2(x+1)^2+(x+1)-1}{(x+1)^2}$

$=\frac{2x^2+5x+2}{(x+1)^2}$

ចំពោះ $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$f'(x)=\frac{(2x^2+5x+2)'(x+1)^2-[(x+1)^2]'(2x^2+5x+2)}{(x+1)^4}$

$=\frac{(4x+5)(x+1)^2-2(x+1)(2x^2+5x+2)}{(x+1)^4}$

$=\frac{(4x+5)(x+1)-2(2x^2+5x+2)}{(x+1)^3}$

$=\frac{-x+1}{(x+1)^3}$

ដូចនេះ: $\boxed{f'(x)=\frac{-x+1}{(x+1)^3}}$

សិក្សាសញ្ញា $f'(x)$

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$-x+1$	$+$		$+$	0	$-$
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$
$f'(x)$	$-$	‖	$+$	0	$-$

ខ- រកឫសមីការ :

យើងមាន $f(x)=2+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(x+1)^2}$

$=\frac{2x^2+5x+2}{(x+1)^2}$

$\forall x\in D_f\ (x+1)^2>0$ បើ $f(x)=0$

$\Leftrightarrow 2x^2+5x+2=0$

មាន $\Delta=5^2-4.2.2$

$=9$

$\sqrt{\Delta}=3$

$x_1=\frac{-5-3}{2.2}$; $x_2=\frac{-5+3}{2.2}$

$=-2$; $=-\frac{1}{2}$

ដូចនេះ: $\boxed{x_1=-2;\ x_2=-\frac{1}{2}}$

គ. សិក្សាអថេរភាព និង សង់ខ្សែកោង (C) :

ភាពលីមីត:

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\left[2+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(x+1)^2}\right]$

$=2$ (ព្រោះ: $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x+1}=0$)

$\lim_{x\to-1} f(x)=\lim_{x\to-1}\left[2+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(x+1)^2}\right]$

$=-\infty$ (ព្រោះ: $\lim_{x\to-1}\left(-\frac{1}{(x+1)^2}\right)=-\infty$)

ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=2$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $y=2$ ជាអាស៊ីមតូតដេក ។

$\lim_{x\to-1} f(x)=-\infty$

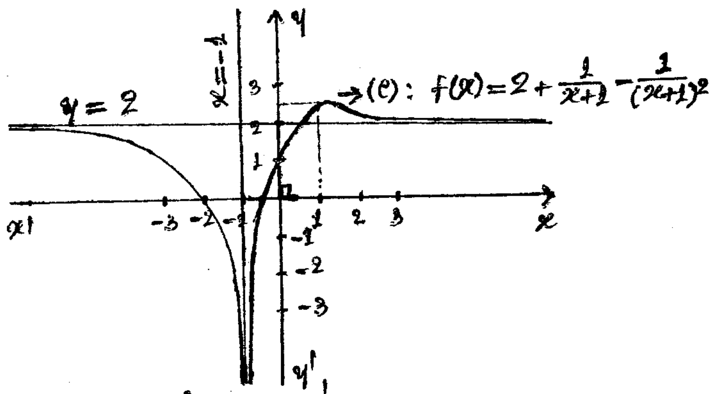
ដូចនេះ: បន្ទាត់ $x=-1$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ ។

តាមតារាងសញ្ញា $f'(x)$ អនុគមន៍ f មានចំណុចអតិបរមាធៀបត្រង់ $x=1$ គឺ $\boxed{f(1)=\frac{9}{4}}$

តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	↘ $-\infty$	‖	$-\infty$ ↗	$\frac{9}{4}$	↘	2

សង់ខ្សែកោង (C):



* រកកូអរដោនេចំណុចរបត់:

យើងមាន $f'(x)=\frac{-x+1}{(x+1)^3}$

$\Rightarrow f''(x)=\frac{(-x+1)'(x+1)^3-[(x+1)^3]'(-x+1)}{(x+1)^6}$

$=\frac{-(x+1)^3-3(x+1)^2(-x+1)}{(x+1)^6}$

$=\frac{-(x+1)-3(-x+1)}{(x+1)^4}$

$=\frac{2x-4}{(x+1)^4}$

$\forall x\in D_f\ (x+1)^4>0$ បើ $f''(x)=0 \Leftrightarrow 2x-4=0$

$x=2$

$f(2)=\frac{20}{9}$

តារាងសញ្ញា $f''(x)$

x	$-\infty$	-1		2	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	‖	$-$	0	$+$

ត្រង់ $x=2$; $f''(x)=0$ ហើយប្តូរសញ្ញា ដូចនេះ: អនុគមន៍ f មានចំណុចរបត់ត្រង់ $x=2$ គឺ $\boxed{\left(2;\ \frac{20}{9}\right)}$

ឃ. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ:

ដូចគេ $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

ចំពោះ $f(x)=2+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{(x+1)^2} \Rightarrow f(0)=2$

$f'(x)=\frac{-x+1}{(x+1)^3} \Rightarrow f'(0)=1$

យើងបាន: $y=1.(x-0)+2$

$=x+2$

ដូចនេះ: $\boxed{y=x+2}$

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

លេខបន្ទប់ :............................

លេខតុ :..................................

ឈ្មោះ :..................................

ហត្ថលេខា :.............................

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា និង មត្តេយ្យសិក្សា

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី 14 ខែ វិច្ឆិកា ឆ្នាំ 2003

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : 02 ម៉ោង

ប្រធាន :

1). ក). គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ :

$$f(x) = (x^2 + 3x + 5).e^{6x} \quad ; \quad g(x) = \ln \frac{x+1}{x-1}$$

ខ). សរសេរសមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោងតាងអនុគមន៍

$h(x) = x \ln x + 1$ ត្រង់ចំណុច $M(1;1)$ ។

(ពីរពិន្ទុ)

2). ក). គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់ :

$$I = \int (2\sin x + 3\cos x)dx \quad ; \quad J = \int \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$$

ខ). រកផ្ទៃក្រឡាខណ្ឌដោយខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y = x^2 + 2x$ និងបន្ទាត់ $y = x + 2$ ។

(ពីរពិន្ទុ)

3). ដោះស្រាយសមីការ

$$\frac{4-x}{1986} + \frac{3-x}{1987} + \frac{2-x}{1988} + \frac{1-x}{1989} = -4$$ ។ (មួយពិន្ទុ)

4). គេមានបីចំណុច $A(-1;1;2)$; $B(0;2;4)$ និង $C(-1;3;1)$ ។

ក). គណនាផលគុណនៃពីរវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចទាញបញ្ជាក់ថា ចំណុច A ; B និង C មិនរត់ត្រង់គ្នា

ខ). ចូររកផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC ។

(ពីរពិន្ទុ)

5). គេអោយអនុគមន៍ $y = \frac{3-x}{x}$

ក). សិក្សាទិសដៅអថេរភាព និង សង់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍

ខ). ចំណុច A និង B មានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នាស្មើ 1 និង 3 ស្ថិតនៅលើខ្សែកោង (C) ។ ចូរកំណត់សមីការបន្ទាត់ (AB) រួចទាញរកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង (C) ទាំងអស់ ដែលស្របនឹងបន្ទាត់ (AB) ។

(បីពិន្ទុ)

① ក- គណនាដេរីវេ :

យើងមាន $f(x)=(x^2+3x+5)e^{6x}$

$\Rightarrow f'(x)=(x^2+3x+5)'.e^{6x}+(e^{6x})'(x^2+3x+5)$

$=(2x+3).e^{6x}+6.e^{6x}(x^2+3x+5)$

$=(2x+3+6x^2+18x+30)e^{6x}$

$=(6x^2+20x+33)e^{6x}$

ដូចនេះ: $\boxed{f'(x)=(6x^2+20x+33)e^{6x}}$

$g(x)=\ln\frac{x+1}{x-1}$

$\Rightarrow g'(x)=\dfrac{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)'}{\frac{x+1}{x-1}}$

$=\dfrac{(x+1)'(x-1)-(x-1)'(x+1)}{(x-1)^2}\times\dfrac{x-1}{x+1}$

$=\dfrac{(x-1)-(x+1)}{(x-1)(x+1)}$

$=\dfrac{-2}{x^2-1}$

ដូចនេះ: $\boxed{g'(x)=\dfrac{-2}{x^2-1}}$

២- សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ:

រូបមន្ត $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

យើងមាន $h(x)=x\ln x+1$

$\Rightarrow h'(x)=x'.\ln x+(\ln x)'.x$

$=\ln x+1$

កូអរដោនេ ចំណុចប៉ះ: $M(1;1)$

យើងបាន $h(1)=1.\ln 1+1$

$=1$

$h'(1)=\ln 1+1=1$

$y=1.(x-1)+1$

$=x$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ប៉ះនោះមានសមីការ $\boxed{y=x}$

② ក- គណនាអាំងតេក្រាល :

$I=\int(2\sin x+3\cos x)dx$

$=2\int\sin x\,dx+3\int\cos x\,dx$

$=-2\cos x+3\sin x+c$

ដូចនេះ: $\boxed{I=-2\cos x+3\sin x+c}$ $(c\in\mathbb{R})$

$J=\int\frac{1}{x^2-5x+6}dx$

ដោយ $\dfrac{1}{x^2-5x+6}=\dfrac{1}{(x-2)(x-3)}$

$=\dfrac{A}{x-2}+\dfrac{B}{x-3}$

$=\dfrac{(A+B)x+(-3A-2B)}{x^2-5x+6}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}A+B=0\\-3A-2B=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=-1\\B=1\end{cases}$

យើងបាន $\dfrac{1}{x^2-5x+6}=-\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x-3}$

$\Rightarrow J=\int\frac{1}{x^2-5x+6}dx$

$=\int\left(-\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x-3}\right)dx$

$=-\ln|x-2|+\ln|x-3|+c$

$=\ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right|+c$

ដូចនេះ: $\boxed{J=\ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right|+c}$ $(c\in\mathbb{R})$

៣- សង់ក្រាប:

យើងមាន អនុគមន៍ $y=x^2+2x$ និងបន្ទាត់ $y=x+2$

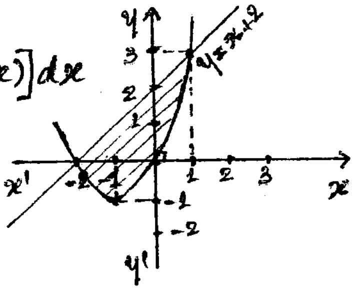
តារាងតម្លៃ $y=x^2+2x$

x	-2	-1	0	1
y	0	-1	0	3

$y=x+2$

x	0	-2
y	2	0

$$S=\int_{-2}^{1}\left[(x+2)-(x^2+2x)\right]dx$$
$$=\int_{-2}^{1}(x+2-x^2-2x)dx$$
$$=\int_{-2}^{1}(-x^2-x+2)dx$$
$$=\left[-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-2}^{1}$$
$$=\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2\right)-\left(\frac{8}{3}-\frac{4}{2}-4\right)$$
$=\frac{9}{2}$ ឯកតាផ្ទៃ



ដូចនេះ: $\boxed{S=\frac{9}{2}}$ ឯកតាផ្ទៃ

③ ដោះស្រាយសមីការ:

$$\frac{4-x}{1986}+\frac{3-x}{1987}+\frac{2-x}{1988}+\frac{1-x}{1989}=-4$$
$$\frac{4-x}{1986}+1+\frac{3-x}{1987}+1+\frac{2-x}{1988}+1+\frac{1-x}{1989}+1=0$$
$$\frac{1990-x}{1986}+\frac{1990-x}{1987}+\frac{1990-x}{1988}+\frac{1990-x}{1989}=0$$
$$(1990-x)\left(\frac{1}{1986}+\frac{1}{1987}+\frac{1}{1988}+\frac{1}{1989}\right)=0$$

ដោយ $\frac{1}{1986}+\frac{1}{1987}+\frac{1}{1988}+\frac{1}{1989}>0$

យើងបាន $1990-x=0$

$x=1990$

ដូចនេះ: $\boxed{x=1990}$

④ ក. គណនា:

យើងមាន $A(-1;1;2)$; $B(0;2;4)$

$C(-1;3;1)$

$\Rightarrow \vec{AB}(1;1;2)$; $\vec{AC}(0;2;-1)$

$$\vec{AB}\times\vec{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&1&2\\0&2&-1\end{vmatrix}$$
$$=(-1-4)\vec{i}-(-1-0)\vec{j}+(2-0)\vec{k}$$
$$=-5\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}$$

ដូចនេះ: $\boxed{\vec{AB}\times\vec{AC}=-5\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}}$

ដោយ $\vec{AB}\times\vec{AC}=-5\vec{i}+\vec{j}+2\vec{k}\neq 0$

នាំឲ្យចំណុច A ; B និង C មិនស្ថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ដូចនេះ: A; B; C នៅមិនត្រង់គ្នា ។

ខ. គណនាក្រលាផ្ទៃ ΔABC :

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\|\vec{AB}\times\vec{AC}\|$$
$$=\frac{1}{2}\sqrt{(-5)^2+1^2+2^2}$$
$=\frac{\sqrt{30}}{2}$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ: $\boxed{S_{ABC}=\frac{\sqrt{30}}{2}}$ ឯកតាផ្ទៃ

⑤ ក. សិក្សាអថេរភាព និង សង់ក្រាប (c):

យើងមានអនុគមន៍: $y=f(x)=\frac{3-x}{x}$

មានន័យកាលណា $x\neq 0$

ដូចនេះ: $\boxed{D_f=\mathbb{R}\setminus\{0\}}$

$$f'(x)=\frac{(3-x)'x-x'(3-x)}{x^2}$$
$$=\frac{-x-3+x}{x^2}$$
$$=-\frac{3}{x^2}$$

$\forall x\in D_f \quad f'(x)<0$

ដូចនេះ: អនុគមន៍ f ចុះលើ D_f ។

គណនាលីមីត:

$$\lim_{x\to 0}f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{3-x}{x}=\pm\infty$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{3-x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{x(3/x-1)}{x}=-1$$

(ព្រោះ: $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3}{x}=0$)

ដោយ $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \pm\infty$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ ។

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = -1$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $y=-1$ ជាអាស៊ីមតូតដេក ។

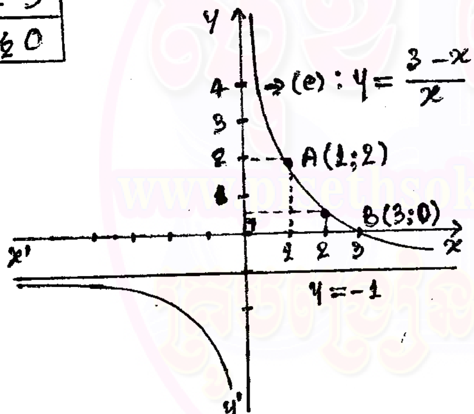
តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	$-1 \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow -1$

សង់ក្រាប (C)

តារាងតម្លៃ $y = \frac{3-x}{x}$

x	-1	1	2	3
y	4	2	1/2	0



2. កំណត់សមីការបន្ទាត់ (AB)

ទម្រង់: $y = ax + b$

ដោយ បន្ទាត់ (AB) កាត់តាម $A(1;2)$; $B(3;0)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=2 \\ 3a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases}$$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ (AB) មានសមីការ $\boxed{y=-x+3}$

រក សមីការដែលស្របបន្ទាត់ (AB)

យើងមាន $f'(x) = -\frac{3}{x^2}$

ដោយ បន្ទាត់ប៉ះ ស្របបន្ទាត់ (AB): $y=-x+3$

$\Rightarrow f'(x) = -1$

$\Leftrightarrow -\frac{3}{x^2} = -1$

$x = \pm\sqrt{3}$

$f(\sqrt{3}) = \frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}-1$

$f(-\sqrt{3}) = \frac{3+\sqrt{3}}{-\sqrt{3}} = -\sqrt{3}-1$

ទម្រង់ទូទៅ: $y = f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

យើងបាន $y_1 = -1.(x-\sqrt{3}) + (\sqrt{3}-1)$

$= -x + 2\sqrt{3} - 1$

$y_2 = -1(x+\sqrt{3}) + (-\sqrt{3}-1)$

$= -x - 2\sqrt{3} - 1$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាប (C) ហើយ ស្របបន្ទាត់ (AB) មានពីរគឺ :

$\boxed{y_1 = -x + 2\sqrt{3} - 1}$

$\boxed{y_2 = -x - 2\sqrt{3} - 1}$

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ឈ្មោះ : ....

ហត្ថលេខា : .... ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូ បឋមសិក្សា និង មត្តេយ្យសិក្សា " ១២ + ២ "

បន្ទប់លេខ : ....

តុលេខ : ....

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១៣ វិច្ឆិកា ឆ្នាំ ២០០៤

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : ០២ ម៉ោង

ប្រធាន :

១ - ចូរដោះស្រាយវិសមីការ :

ក. $\sin x + \sqrt{3}\cos x \geq 1$ បើ $-\pi < x < \pi$ ។

ខ. $\log_2(2-x) + \log_4(x+3) \leq 1$ ។ (១ ពិន្ទុកន្លះ)

២ - ក. កំណត់ចំនួនថេរ a និង b ដើម្បីឲចំពោះគ្រប់ x គេបាន : $\dfrac{1}{x(x-1)(x-2)} = \dfrac{a}{x(x+1)} + \dfrac{b}{(x-1)(x-2)}$ ។

ខ. គណនាផលបូក $S = \dfrac{1}{1.2.3} + \dfrac{1}{2.3.4} + \ldots + \dfrac{b}{n(n-1)(n-2)}$ រួចរកលីមីត S កាលណា n ខិតជិតសូន្យ ។(១ ពិន្ទុកន្លះ)

៣ - គេបង្កើតគណៈកម្មការមួយមានសមាជិក 5 នាក់ ក្នុងចំណោមមនុស្ស 12នាក់ ។ ចំពោះមនុស្សទាំងនេះ មានពីរនាក់ A និង B អាច ចូលជាសមាជិកបានលុះត្រាតែចូលទាំងពីរនាក់ ។

ក. តើគេអាចបង្កើតគណៈកម្មការនេះបានប៉ុន្មានរបៀប ?

ខ. រកប្រូបាបដើម្បីឲ A និងB បានចូលជាសមាជិកគណៈកម្មការទាំងពីរនាក់ ។ (២ពិន្ទុ)

៤ - ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់នៃលំហគេឲប្លង់ (P) និង ស្វ៊ែ (S) មានសមីការរៀងគ្នា :

(P): $x + 2y + 2z + 5 = 0$; (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$

ក. កំណត់កូអរដោនេផ្ចិត I និង កាំ R នៃស្វ៊ែ (S) ។

ខ. បង្ហាញថាប្លង់ (P) កាត់ស្វ៊ែ (S) រួចរកសមីការបណ្តាប្លង់ស្របនឹងប្លង់ (P) ហើយប៉ះស្វ៊ែ (S) ។ (២ ពិន្ទុ)

៥ - គេឲអនុគមន៍ $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{-2x - 4}$

ក. សិក្សាអថេរភាព និង សង់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍ រួចស្រាយថាខ្សែកោងនេះមានផ្ចិតបំលែងឆ្លុះមួយ ។

ខ. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះ នឹង ខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថាបន្ទាត់ប៉ះនេះកាត់តាមចំណុច A (0 ; 2) ។

គ. គណនាក្រលាផ្ទៃ S ផ្នែកប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង(C)អាស៊ីមតូតទ្រេត បន្ទាត់ x = 3 ; x = 4 ។ (៣ ពិន្ទុ)

① ដោះស្រាយវិសមីការ :

ក- $\sin x + \sqrt{3}\cos x \geq 1$; $-\pi < x < \pi$

$\Leftrightarrow \quad 2\left(\sin x \cdot \frac{1}{2} + \cos x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \geq 1$

$\sin x \cdot \sin\frac{\pi}{6} + \cos x \cdot \cos\frac{\pi}{6} \geq \frac{1}{2}$

$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \geq \cos\frac{\pi}{3}$

$-\frac{\pi}{3} + 2k\pi \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{3} + 2k\pi$

$-\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

$-\frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

ដូចនេះ: $\boxed{-\frac{\pi}{6} + 2k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi}$ $(k \in \mathbb{Z})$

2- $\log_2(2-x) + \log_4(x+3) \leq 1$

វិសមីការមានន័យកាលណា

$\begin{cases} 2 - x > 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x < 2 \quad (1)$

$\log_2(2-x) + \log_4(x+3) \leq 1$

$\frac{2}{2}\log_2(2-x) + \log_4(x+3) \leq 1$

$\log_4(2-x)^2 + \log_4(x+3) \leq \log_4 4$

$\log_4(2-x)^2 \cdot (x+3) \leq \log_4 4$

$(2-x)^2(x+3) \leq 4$

$x^3 - x^2 - 8x + 8 \leq 0$

$x^2(x-1) - 8(x-1) \leq 0$

$(x^2-8)(x-1) \leq 0$

x	$-\infty$ $-2\sqrt{2}$	1		$2\sqrt{2}$ $+\infty$
x^2-8	+ 0 −	−	− 0	+
$x-1$	−	− 0	+	+
$(x^2-8)(x-1) \leq 0$	− 0 +	0	−	0 +

$x \in \left]-\infty; -2\sqrt{2}\right] \cup \left[1; 2\sqrt{2}\right] \quad (2)$

តាម (1) និង (2): $-\infty \quad -3 \quad -2\sqrt{2} \quad 1 \quad 2 \quad 2\sqrt{2} \quad +\infty$

ដូចនេះ: $\boxed{x \in \left]-3; -2\sqrt{2}\right] \cup \left[1; 2\right[}$

② ក. កំណត់ចំនួន a និង b :

យើងបាន $\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x(x+1)} + \frac{b}{(x+1)(x+2)}$

$= \frac{a(x+2) + bx}{x(x+1)(x+2)}$

$= \frac{(a+b)x + 2a}{x(x+1)(x+2)}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ 2a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$

ដូចនេះ: $\boxed{a = \frac{1}{2} ; b = -\frac{1}{2}}$

2- គណនាផលបូក S :

ដោយ: $a = \frac{1}{2}$; $b = -\frac{1}{2}$

យើងបាន $\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{1}{2x(x+1)} - \frac{1}{2(x+1)(x+2)}$

ជំនួស x ដោយ : $1; 2; 3; \dots; n$

$(+)\begin{cases} \frac{1}{1.2.3} = \frac{1}{4} - \cancel{\frac{1}{2.2.3}} \\ \frac{1}{2.3.4} = \cancel{\frac{1}{2.2.3}} - \cancel{\frac{1}{2.3.4}} \\ \frac{1}{3.4.5} = \cancel{\frac{1}{2.3.4}} - \cancel{\frac{1}{2.4.5}} \\ \text{-----------------} \\ \text{-----------------} \\ \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2n(n+1)} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)} \end{cases}$

$\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$

ដូចនេះ: $\boxed{S = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}}$

$\lim_{x \to +\infty} S = \lim_{x \to +\infty}\left[\frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}\right]$

$= \frac{1}{4}$ $\left(\text{ព្រោះ: } \lim_{x \to +\infty}\left[-\frac{1}{2(n+1)(n+2)} = 0\right]\right)$

ដូចនេះ: $\boxed{\lim_{x \to +\infty} S = \frac{1}{4}}$

③ ក- រកចំនួនរបៀបដែលអាចបង្កើតបាន

តាង $n(S)$ ជាចំនួនលទ្ធផល:

ដោយគេជ្រើសរើសសមាជិក ៥នាក់ក្នុងចំណោមមនុស្ស 12 នាក់ គេបាន

$$n(S)=C(12;5)$$
$$=\frac{12!}{(12-5)!5!}$$
$$=\frac{12\times11\times10\times9\times8\times7!}{7!5!}$$
$$=792 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ: $\boxed{n(S)=792 \text{ របៀប}}$

ខ- រកប្រូបាបដើម្បីអោយគណៈកម្មការមានប្អូនស្រីសមាជិកទាំង ២ នាក់ :

តាង E ជាព្រឹត្តិការណ៍នេះ:

យើងបាន $n(E)=C(2;2)\times C(10;3)$
$$=1\times\frac{10!}{(10-3)!3!}$$
$$=120 \text{ របៀប}$$

$$P(E)=\frac{n(E)}{n(S)}$$
$$=\frac{120}{792}$$
$$=0,15$$

ដូចនេះ: $\boxed{P(E)=0,15}$

④ ក- កំណត់កូអរដោនេផ្ចិត I និងកាំ R :

យើងមាន $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z=0$

$$(x^2-2x+1)+(y^2-4y+2^2)+(z^2+4z+2^2)-9=0$$
$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=3^2$$

ទម្រង់ (S): $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

ដូចនេះ: $\boxed{I(1;2;-2);\ R=3}$

ខ- បង្ហាញ :

យើងមាន $(P): x+2y+2z+5=0$

យើងបាន $d(I;(P))=\frac{|1+2.2+2(-2)+5|}{\sqrt{1+2^2+2^2}}$
$$=2$$

ដោយ $d(I;(P))=2<R=3$

ដូចនេះ: ប្លង់ (P) កាត់ស្វ៊ែ (S) ។

រកសមីការបណ្ដាប្លង់ស្របនឹងប្លង់ (P):

តាង (Q) ជាប្លង់ទាំងនេះ:

ដោយ $(Q)\parallel(P) \Leftrightarrow (Q): x+2y+2z+d=0$

ប្លង់ (Q) ប៉ះស្វ៊ែ (S)

$$\Leftrightarrow d(I;(Q))=R$$
$$\Leftrightarrow \frac{|1+2.2+2(-2)+d|}{\sqrt{1+2^2+2^2}}=3$$
$$|1+d|=9$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}1+d=9\\-(1+d)=9\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases}d=8\\d=-10\end{cases}$$

ដូចនេះ: បណ្ដាប្លង់ទាំងនោះគឺ

$\boxed{(Q_1): x+2y+2z+8=0}$

$\boxed{(Q_2): x+2y+2z-10=0}$

⑤ ក- សិក្សាអថេរភាព និងសង់ក្រាបតាង (C)

យើងមាន $f(x)=\frac{x^2-2x+1}{-2x-4}$

អនុគមន៍ f កំណត់បាន កាលណា

$$-2x-4\neq0$$
$$x\neq-2$$

ដូចនេះ: $\boxed{D_f\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}}$

$$f'(x) = \frac{(x^2-2x+1)'(-2x-4)-(-2x-4)'(x^2-2x+1)}{(-2x-4)^2}$$

$$= \frac{(2x-2)(-2x-4)+2(x^2-2x+1)}{(-2x-4)^2}$$

$$= \frac{-2x^2-8x+10}{(-2x-4)^2}$$

$\forall x \in D_f \quad (-2x-4)^2 > 0$ បើ $f'(x)=0$

$\Leftrightarrow \; -2x^2-8x+10=0$

ដោយ $a+b+c = -2-8+10 = 0$

$\Rightarrow x_1 = 1 ; \; x_2 = \frac{10}{-2} = -5$

$f(1) = \frac{1-2.1+1}{-2.1-4}$

$= 0$

$f(-5) = \frac{(-5)^2-2(-5)+1}{-2(-5)-4}$

$= 6$

តារាងសញ្ញា $f'(x)$

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

តាមតារាងសញ្ញា $f'(x)$ អនុគមន៍ f មាន:

- ចំណុចអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x=-5$ គឺ $\boxed{f(-5)=6}$
- ចំណុចអតិបរមាធៀបត្រង់ $x=1$ គឺ $\boxed{f(1)=0}$

គណនាលីមីត:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2-2x+1}{-2x-4}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2(1-2/x+1/x^2)}{x(-2-4/x)}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x(1-2/x+1/x^2)}{-2-4/x}$$

$$= \mp\infty$$

(ព្រោះ: $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x\to\pm\infty}\left(-\frac{4}{x}\right) = 0$)

$$\lim_{x\to-2} f(x) = \lim_{x\to-2} \frac{x^2-2x+1}{-2x-4}$$

$$= \pm\infty$$

(ព្រោះ: $\lim_{x\to-2}(x^2-2x+1) = 9 ; \lim_{x\to-2}(-2x-4) = 0$)

ដោយ $\lim_{x\to-2} f(x) = \pm\infty$

នាំឲ្យ: បន្ទាត់ $x=-2$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ។

ហើយ $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{-2x-4}$

$$= -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{9}{-2x-4}$$

ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty} \frac{9}{-2x-4} = 0$

នាំឲ្យ: បន្ទាត់ $y = -\frac{1}{2}x + 2$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត។

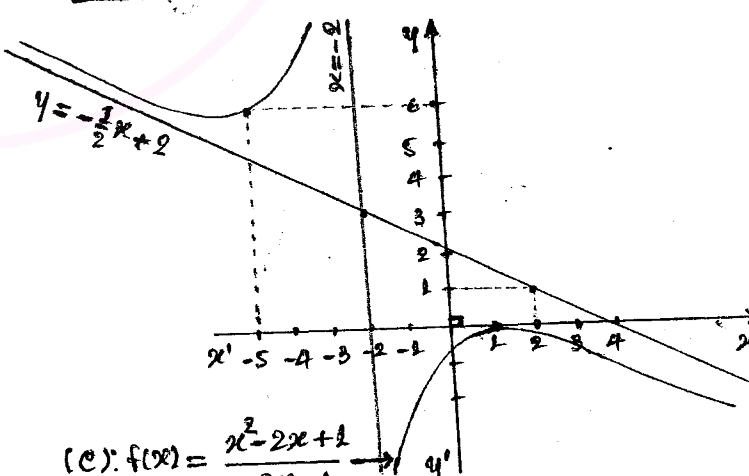
តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$		-5		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	6	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

សង់ខ្សែកោង (C)

តារាងជំនួយ: $y = -\frac{1}{2}x + 2$

x	0	2
y	2	1



(C): $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{-2x-4}$

ស្រាយបញ្ជាក់ :

យើងប្តូរតម្រុយពី $(xoy) \to (XIY)$

ដែល $I(-2;3)$ តាមរូបមន្តប្តូរតម្រុយ

$$\begin{cases} x = X-2 \\ y = Y+3 \end{cases}$$

ពីអនុគមន៍ $y = f(x)$

$$\Leftrightarrow Y+3 = \frac{(X-2)^2-2(X-2)+1}{-2(X-2)-4}$$

$$= \frac{X^2-4X+4-2X+4+1}{-2X+4-4}$$

$$= \frac{X^2-6X+9}{-2X} - 3$$

$$= \frac{-X^2-9}{2X}$$

គេបាន $F(X) = Y = \dfrac{-X^2-9}{2X}$

$\forall X \in D_F : -X \in D_F$

យើងបាន $F(-X) = \dfrac{-(-X)^2-9}{2(-X)}$

$$= -\frac{-X^2-9}{2X}$$

$$= -F(X)$$

ដោយ $F(-X) = -F(X)$ នាំអោយ F ជា អនុគមន៍សេសនៃ X ។

ដូចនេះ: អនុគមន៍ f មានផ្ចិតឆ្លុះមួយ គឺ $\boxed{I(-2;3)}$

3- កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះ

ឧបមាថាមានបន្ទាត់: (D) $y = ax+b$

ដោយ (D) កាត់តាម $A(0;2) \Leftrightarrow 2.0+b = 2$

$\Rightarrow b = 2$

យើងបាន (D): $y = ax+2$

សមីការអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វរវាង (C) និង (D) :

$$\frac{x^2-2x+1}{-2x-4} = ax+2$$

$$x^2-2x+1 = 2ax^2-4ax-4x-8$$

$$(1+2a)x^2+2(2a+1)x+9 = 0 \quad (1)$$

ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (D) ប៉ះខ្សែកោង (C)

លុះត្រាតែ (1) មានឫសឌុប គឺ $\Delta = 0$

$$\Leftrightarrow [2(2a+1)]^2 - 4.9(1+2a) = 0$$

$$2a^2-7a-4 = 0$$

មាន $\Delta_a = (-7^2)+4.2.4$

$$= 81$$

$$\sqrt{\Delta} = 9$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{7-9}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$a_2 = \frac{7+9}{4} = 4$$

ដូចនេះ: មានបន្ទាត់២ ដែលកាត់តាម A ហើយប៉ះ (C) គឺ

$$\boxed{(D_1) : y = -\frac{1}{2}x+2}$$

$$\boxed{(D_2) : y = 4x+2}$$

គ.គណនា ក្រលាផ្ទៃ :

$$S = \int_3^4 \left[\left(-\frac{1}{2}x+2\right) - \left(\frac{x^2-2x+1}{-2x-4}\right)\right] dx$$

$$= \int_3^4 \left[\left(-\frac{1}{2}x+2\right) - \left(-\frac{1}{2}x+2+\frac{9}{-2x-4}\right)\right] dx$$

$$= \int_3^4 \left(-\frac{9}{-2x-4}\right) dx$$

$$= \frac{9}{2}\int_3^4 \frac{(-2x-4)'}{-2x-4} dx$$

$$= \frac{9}{2}\Big[\ln|-2x-4|\Big]_3^4$$

$$= \frac{9}{2}\left(\ln|-12| - \ln|-10|\right)$$

$$= \frac{9}{2}\ln\frac{6}{5} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}$$

ដូចនេះ: $\boxed{S = \frac{9}{2}\ln\frac{6}{5} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ឈ្មោះ : ....

បន្ទប់លេខ : .... ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូ បឋមសិក្សា និង មត្តេយ្យសិក្សា " ១២ + ២ "

តុលេខ : ....

ហត្ថលេខា : ....

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១៥ ខែ ធ្នូ ឆ្នាំ ២០០៥

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : ០២ ម៉ោង

ប្រធាន :

១ - ក. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំកុំផ្លិច : $x^2 - 2x + 5 = 0$ ។

ខ. កំណត់តម្លៃ a និង b ដើម្បីឲ 2 - i ជាឬសនៃសមីការ : $ax^2 + bx - 20 = 0$ ។

គ. សរសេរ : $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ (២ ពិន្ទុ)

២ - ចូរសង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ : $f(x) = |x|$ រួចស្រាយថាអនុគមន៍ $f(x)$ ជាអនុគមន៍ជាប់តែគ្មានដេរីវេត្រង់ចំណុច $x = 0$ ទេ ! ។(២ ពិន្ទុ)

៣ - ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពណ៌ ស 12 និង ប៊ូលពណ៌ ខ្មៅ 15 ។ គេចាប់យកពីក្នុងថង់នូវប៊ូល ពីរជាមួយគ្នា ។ តើគេមានប៉ុន្មានរបៀបដើម្បីចាប់យកចេញឲបានយ៉ាងតិចបំផុតប៊ូលពណ៌ ស មួយ ។ (២ ពិន្ទុ)

៤ - ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ $(\vec{0}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេមានចំណុច A (4 ; -2 ; 0) ; B (1 ; 2 ; 2) ; C (2 ; -1 ; 0) និង D (2 ; -2 ; -1) ។

ក. កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែតនៃបន្ទាត់ (d) ដែលកាត់តាមចំណុច A ហើយមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\overrightarrow{CD}$ ។

ខ. សរសេរសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច B ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (CD) ។

គ. រកកូអរដោនេចណុចប្រសព្វ រវៀងបន្ទាត់ (d) និង ប្លង់(P) ។ (២ ពិន្ទុ)

៥ - គេឲអនុគមន៍ $f_m(x) = \ln(x^2 + 4x + m)$

ក. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲអនុគមន៍នេះមានដែនកំណត់ស្មើនឹងចំនួនពិត $\mathbb{R}$ ។

ខ. ចំពោះតម្លៃ m = 0 ដោះស្រាយសមីការ $f(x) = \ln(x + 2) + \ln 2$ ។

គ. ស្រាយបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ $F(x) = 2[(x+2)\ln|x| - x]$ ជាព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍ $f_m(x) = \ln(x^2 + 4x + 4)$ ។(២ ពិន្ទុ)

① ក. ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមាន $x^2-2x+5=0$

មាន $\Delta = (-2)^2-4.5$

$= -16$

$= (4i)^2$

$\sqrt{\Delta} = 4i$

$x_1 = \frac{2-4i}{2}$

$= 1-2i$

$x_2 = \frac{2+4i}{2}$

$= 1+2i$

ដូចនេះ: $\boxed{x_1 = 1-2i \ ; \ x_2 = 1+2i}$

ខ. កំណត់តម្លៃ a និង b :

ដោយ $2-i$ ជាឫសនៃសមីការ $ax^2+bx-20=0$

យើងបាន $a(2-i)^2+b(2-i)-20=0$

$(3a+2b)+(-4a-b)i = 20$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b=20 \\ -4a-b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=16 \end{cases}$

ដូចនេះ: $\boxed{a=-4 \ ; \ b=16}$

គ. សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ:

យើងមាន $z = \left[\frac{1+i}{1-i}\right]^3$

$= \left[\frac{(1+i)(1-i)}{1-i^2}\right]^3$

$= i^3$

$= -i$

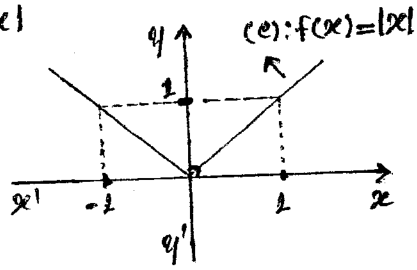
$= 0-i$

$= \cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}$

ដូចនេះ: $\boxed{z = \cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}}$

② សិក្សាប :

យើងមាន $f(x)=|x|$



តារាងតម្លៃ

x	-1	0	1
$f(x)$	1	0	1

ស្រាយបញ្ជាក់

* ភាពជាប់ត្រង់ $x=0$:

$f(0) = 0$

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} |x|$

$= 0$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} |x|$

$= 0$

ដោយ $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0) = 0$

ដូចនេះ: អនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ $x=0$ ។

* ភាពមានដេរីវេត្រង់ $x=0$:

$f'_-(0) = \lim_{h\to 0^-} \frac{f(0+h)-f(0)}{h}$

$= \lim_{h\to 0^-} \frac{|h|}{h}$

$= \lim_{h\to 0^-} \frac{-h}{h}$

$= -1$

$f'_+(0) = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(0+h)-f(0)}{h}$

$= \lim_{h\to 0^+} \frac{|h|}{h}$

$= \lim_{h\to 0^+} \frac{h}{h}$

$= 1$

ដោយ $f'_-(0) = -1 \neq f'_+(0) = 1$

ដូចនេះ: អនុគមន៍ f គ្មានដេរីវេត្រង់ $x=0$ ទេ។

③ គណនាចំនួនរបៀប :

តាង n ជាចំនួនរបៀប

ដើម្បីឲ្យចាប់យកចេញដោយគ្មានលើសពី ប៊ូលពណ៌ស 1 លុះត្រាតែ គេចាប់បាន ប៊ូល សពណ៌ 2 ឬ ចាប់បាន ប៊ូល ស1 និង ប៊ូលខៀវ 1 ។

យើងបាន $n = C(12;2) + C(12;1)\times C(15;1)$

$$= \frac{12!}{(12-2)!2!} + 12\times 15$$

$$= \frac{12\times 11\times 10!}{10!2!} + 180$$

$$= 246 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ: $\boxed{n = 246}$ របៀប

④ ក- កំណត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (d)

ឧបមា $(d)\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}; (t\in IR)$

យើងមាន :

$A(4;-2;0); B(1;2;2); C(2;-1;0); D(2;-2;-2)$

$\Rightarrow \vec{CD}(0;-1;-1)$

ដោយបន្ទាត់ (d) កាត់តាម A ហើយមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{CD}$ យើងបាន :

$$(d): \begin{cases} x = 4 \\ y = -2-t \\ z = -t \end{cases} \quad (t\in IR)$$

ដូចនេះ: $\boxed{(d): \begin{cases} x = 4 \\ y = -2-t \\ z = -t \end{cases}}$ $(t\in IR)$

ខ- សរសេរសមីការប្លង់ (P) :

ឧបមា ; $(P): a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

ដោយប្លង់ (P) កាត់តាម $B(1;2;2)$ ហើយ

មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{CD}(0;-1;-1)$

យើងបាន : (P) $0(x-1)-(y-2)-(z-2)=0$

$$-y-z+4=0$$

ដូចនេះ: $\boxed{(P): -y-z+4=0}$

គ- រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វ:

តាង $M(x_0;y_0)$ ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (d) និង ប្លង់ (P) ។ យើងមាន $(P): -y-z+4=0$

$$(d): \begin{cases} x = 4 \\ y = -2-t \\ z = -t \end{cases} \quad (t\in IR)$$

ដោយ $(P)\cap(d)$

យើងបាន $-(-2-t)-(-t)+4=0$

$$t = -3$$

$\Rightarrow x_0 = 4 ; y_0 = -2-(-3) = 1; z_0 = 3$

ដូចនេះ: $\boxed{M(4;1;3)}$

⑤ ក- កំណត់តម្លៃ m:

យើងមានអនុគមន៍ $f_m(x) = \ln(x^2+4x+m)$

ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍កំណត់លើ IR លុះត្រាតែ

$x^2+4x+m>0$

បើ $x^2+4x+m=0$

មាន $\Delta = 4^2-4.1.m$

$$= 16-4m$$

$x^2+4x+m>0$ កាលណា $\begin{cases} \Delta<0 \\ a>0 \end{cases}$

ដោយ $\Delta<0 \Leftrightarrow 16-4m<0$

$$m>4$$

តែ $a=1>0$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

ដូចនេះ: $\boxed{m>4}$

ខ- ដោះស្រាយសមីការ :

ចំពោះ: $m=0 \Rightarrow f(x)=\ln(x^2+4x)$

ដែល $f(x)=\ln(x+2)+\ln 2$

យើងបាន $\ln(x^2+4x)=\ln(x+2)+\ln 2$

សមីការមានន័យកាលណា :

$$\begin{cases} x^2+4x>0 & (1) \\ x+2>0 & (2) \end{cases}$$

$(1):\ x^2+4x>0$

x	$-\infty$ -4 0 $+\infty$
$x^2+4x>0$	$+$ 0 $-$ 0 $+$

$x\in\,]-\infty;-4[\,\cup\,]0;+\infty[$

$(2)\ \ x+2>0$

$x>-2$

តាម(1) និង (2)

$-\infty \quad -4 \quad -2 \quad 0 \quad +\infty$

$D\in\,]0;+\infty[$

$\ln(x^2+4x)=\ln(x+2)+\ln 2$

$=\ln(2x+4)$

$x^2+4x=2x+4$

$x^2+2x-4=0$

គេបាន $\Delta=2^2+4.4$

$=20$

$\sqrt{\Delta}=2\sqrt{5}$

$\Rightarrow\ x_1=\dfrac{-2-2\sqrt{5}}{2}$

$=-1-\sqrt{5}<0$ (មិនយក)

$x_2=\dfrac{-2+2\sqrt{5}}{2}$

$=-1+\sqrt{5}$ (យក)

ដូចនេះ: $\boxed{x=-1+\sqrt{5}}$

គ- ស្រាយបញ្ជាក់:

យើងមាន :

$F(x)=2\left[(x+2)\ln|x+2|-x\right]$

$F'(x)=2\left[(x+2)'.\ln|x+2|+(\ln|x+2|)'(x+2)-x'\right]$

$=2\left[\ln|x+2|+\dfrac{(|x+2|)'}{|x+2|}.(x+2)-1\right]$

ដែល $x>0\Rightarrow|x+2|=x+2$

យើងបាន $F'(x)=2\left[\ln(x+2)+\dfrac{(x+2)'}{x+2}(x+2)-1\right]$

$=2\ln(x+2)$

$=\ln(x+2)^2$

$=\ln(x^2+2.2x+4)$

$=\ln(x^2+4x+4)$

$=f(x)$

ដោយ $F'(x)=f(x)$

ដូចនេះ: $F(x)$ ជាព្រីមីទីវនៃ $f(x)$ ។

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

លេខបន្ទប់ : ....

លេខតុ : ....

ឈ្មោះ : ....

ហត្ថលេខា : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា និង មធ្យមសិក្សា " 12 + 2 "

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី 18 ខែ វិច្ឆិកា ឆ្នាំ 2006

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : 02 ម៉ោង

ប្រធាន :

1). ក- កំណត់ចំនួនកុំផ្លិច z ដែល z ; $\frac{1}{z}$ និង $1-z$ មានម៉ូឌុលស្មើគ្នា

ខ- ដោះស្រាយសមីការ $|x| - x = 1 + 2i$ ដែល x ជាចំនួនកុំផ្លិច

គ- គេឱ្យបីចំនួន a ; b ; c ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $abc = 1$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca} = 1$

(ពីរពិន្ទុ)

2). គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

ក). រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f

ខ). បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍សេស និង ជាអនុគមន៍កើន (ពីរពិន្ទុ)

3). ក). កំណត់សមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y = \frac{e^x}{1-\sin x}$ ត្រង់ចំណុចដែលមានអាប់ស៊ីស $x = 0$

ខ). រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ M រវាងបន្ទាត់ (T) និង ខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y = 2x + 1 + \ln(x-1)$

(មួយពិន្ទុកន្លះ)

4). គេមានការេមួយជ្រុងស្មើ a ។ នៅក្នុងការេនោះគេសង់ការេមួយទៀតដែលមានកំពូលវាជាចំណុចកណ្តាលជ្រុងនៃការេមុន ។ គេសង់ការេរបៀបនេះរហូតដល់បាន n ការេ ។

ក). គណនាផ្ទៃក្រឡាការេទី n

ខ). គណនាផលបូកផ្ទៃក្រឡាការេទាំងអស់ (មួយពិន្ទុកន្លះ)

5). ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់វិជ្ជមាន $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $A(3;2;0)$ និង $B(0;-1;3)$

ក). រកសមីការប្លង់ (Q) ដែលកាត់តាមចំណុច A ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (AB)

ខ). គេឱ្យចំណុច $R(5;0;0)$; $S(0;5;0)$ និង $T(0;0;-5)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា ចំណុច R ; S និង T ជាចំណុចរបស់ប្លង់ (Q)

គ). គណនាប្រវែង AB និង ផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ RST ។ (បីពិន្ទុ)

① ក- កំណត់ចំនួនកុំផ្លិច z :

តាង $z = a + bi \quad (a;b \in \mathbb{R})$

យើងបាន $|z| = \sqrt{a^2+b^2}$

$$\left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$1-z = 1-(a+bi) = (1-a)-bi$$

$$|1-z| = \sqrt{(1-a)^2+(-b)^2} = \sqrt{1-2a+a^2+b^2}$$

ដោយ : $|z| = \left|\frac{1}{z}\right| = |1-z|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |z| = \left|\frac{1}{z}\right| & (1) \\ |z| = |1-z| & (2) \end{cases}$$

$(1) \Rightarrow \sqrt{a^2+b^2} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$a^2+b^2 = 1$

$b = \pm\sqrt{1-a^2}$

$(2) \Rightarrow \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{1-2a+a^2+b^2}$

$a^2+b^2 = 1-2a+a^2+b^2$

$a = \frac{1}{2}$

$b = \pm\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

ដូចនេះ: $\boxed{z_1 = \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \ ;\ z_2 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}}$

2- ដោះស្រាយសមីការ :

តាង $x = a+bi \quad (a;b \in \mathbb{R})$

$\Rightarrow |x| = \sqrt{a^2+b^2}$

ដោយ $|x| - x = 1+2i$

$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2} - (a+bi) = 1+2i$

$\sqrt{a^2+b^2} - a - bi = 1+2i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -b = 2 & (1) \\ \sqrt{a^2+b^2} - a = 1 & (2) \end{cases}$$

$(1): -b = 2 \Rightarrow b = -2$

ជំនួស (2): $\sqrt{a^2+(-2)^2} - a = 1$

$\sqrt{a^2+4} = 1+a$

$a^2+4 = (1+a)^2$

$a^2+4 = 1+2a+a^2$

$a = \frac{3}{2}$

ដូចនេះ: $\boxed{x = \frac{3}{2} - 2i}$

គ- ស្រាយបញ្ជាក់ :

យើងមាន $\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca} = 1$

$\frac{c}{c+ca+abc} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca} = 1$

ដោយ : $abc = 1$ យើងបាន

$\frac{c}{1+c+ca} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca} = 1$

$\frac{c+1}{1+c+ca} + \frac{1}{1+b+bc} = 1$

$\frac{b(c+1)}{b+bc+bca} + \frac{1}{1+b+bc} = 1$

$\frac{bc+b}{1+b+bc} + \frac{1}{1+b+bc} = 1$

$\frac{1+b+bc}{1+b+bc} = 1$

$1 = 1$ ពិត

ដូចនេះ: បើ $abc = 1$

$$\boxed{\frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ca} = 1}$$

② ក. កំណត់ដែនកំណត់:

យើងមាន $f(x) = \ln(x+\sqrt{1+x^2})$

អនុគមន៍ f មានន័យកាលណា:

$$\begin{cases} 1+x^2 \geq 0 & (1) \\ x+\sqrt{1+x^2} > 0 & (2) \end{cases}$$

(1) ដោយ $x^2 \geq 0\ \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow 1+x^2>0\ \forall x\in\mathbb{R}$

(2) $x+\sqrt{1+x^2}>0$

$\forall x\in\mathbb{R}\quad 1+x^2 > x^2 \Leftrightarrow \sqrt{1+x^2} > \sqrt{x^2}$

$\sqrt{1+x^2} > |x|$

$x+\sqrt{1+x^2} > |x|+x$

$\forall x\in\mathbb{R}\quad |x|+x \geq 0$

$\Rightarrow x+\sqrt{1+x^2} > 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

ដូចនេះ: $\boxed{D_f=\mathbb{R}}$

ខ. បង្ហាញ:

$\forall x\in D_f : -x\in D_f$

យើងបាន $f(-x) = \ln(-x+\sqrt{1+(-x)^2})$

$= \ln(\sqrt{1+x^2}-x)$

$= \ln\dfrac{(\sqrt{1+x^2}-x)(\sqrt{1+x^2}+x)}{\sqrt{1+x^2}+x}$

$= \ln\dfrac{1+x^2-x^2}{\sqrt{1+x^2}+x}$

$= \ln\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}+x}$

$= \ln(\sqrt{1+x^2}+x)^{-1}$

$= -\ln(x+\sqrt{1+x^2})$

$= -f(x)$

ដោយ $f(-x) = -f(x)$

ដូចនេះ: f ជាអនុគមន៍សេស ។

យើងមាន $f(x) = \ln(x+\sqrt{1+x^2})$

$\Rightarrow f'(x) = \dfrac{(x+\sqrt{1+x^2})'}{(x+\sqrt{1+x^2})}$

$= \dfrac{1+\dfrac{(1+x^2)'}{2\sqrt{1+x^2}}}{x+\sqrt{1+x^2}}$

$= \dfrac{1+\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x+\sqrt{1+x^2}}$

$= \dfrac{\dfrac{x+\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}}{x+\sqrt{1+x^2}}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}} > 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

ដោយ $f'(x)>0\ \forall x\in\mathbb{R}$

ដូចនេះ: f ជាអនុគមន៍កើន ។

③ ក. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះ (T):

រូបមន្ត $y = f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

ដោយ $y = f(x) = \dfrac{e^x}{1-\sin x}$

$f'(x) = \dfrac{(e^x)'(1-\sin x)-(1-\sin x)'e^x}{(1-\sin x)^2}$

$= \dfrac{e^x(1-\sin x)+\cos x.e^x}{(1-\sin x)^2}$

$= \dfrac{(1-\sin x+\cos x)e^x}{(1-\sin x)^2}$

អាប់ស៊ីសចំណុចប៉ះ: $x=0$

យើងបាន $f(0) = \dfrac{e^0}{1-\sin 0}$

$=1$

$f'(0) = \dfrac{(1-\sin 0+\cos 0).e^0}{(1-\sin 0)^2}$

$=2$

$\Rightarrow y = 2(x-0)+1$

$= 2x+1$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ (T) មានសមីការ: $\boxed{y=2x+1}$

2- រកកូអរដោនេចំណុច M :

យើងមានអនុគមន៍ $y=2x+1+\ln(x-1)$

បន្ទាត់ $(T): y=2x+1$

មានសមីការអាប់ស៊ីស :

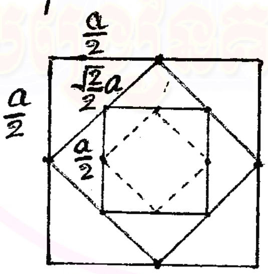
$$2x+1+\ln(x-1)=2x+1$$
$$\ln(x-1)=0$$
$$e^{\ln(x-1)}=e^0$$
$$x=2$$
$$\Rightarrow y=2.2+1=5$$

ដូចនេះ $\boxed{M(2;5)}$

④ ក- គណនាក្រឡាផ្ទៃទី n :

តាង $x_1;x_2;x_3;\dots;x_n$ ជាក្រឡាផ្ទៃ បន្តបន្ទាប់គ្នា ហើយ a ជាជ្រុងការេទី 1

យើងបាន :



$$x_1=a.a=a^2=\left[\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^0\right]^2.a^2$$

$$x_2=\frac{\sqrt2}{2}a.\frac{\sqrt2}{2}a=\left[\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^1\right]^2.a^2$$

$$x_3=\frac{a}{2}.\frac{a}{2}=\left[\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^2\right]^2.a^2$$

$$x_n=\left[\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^{n-1}\right]^2.a^2$$

ដូចនេះ $\boxed{x_n=\left[\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^{n-1}\right]^2.a^2}$ (ឯកតាផ្ទៃ)

2- គណនាផលបូក :

$$S_n=x_1+x_2+x_3+\dots+x_n$$
$$=\left[\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^0\right]^2.a^2+\left[\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^1\right]^2.a^2+\dots+\left[\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^{n-1}\right]^2.a^2$$
$$=a^2\left[1+\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^4+\dots+\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^{2n-2}\right]$$

ជាស៊ីតធរណីមាត្រដែលមាន: $u_1=1$; $q=\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^2$

យើងបាន
$$S_n=\frac{u_1.(q^n-1)}{q-1}.a^2$$
$$=\frac{1.\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^{2n}-1}{\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^2-1}.a^2$$
$$=\frac{\left(\frac12\right)^n-1}{\frac12-1}.a^2$$
$$=2\left[1-\left(\frac12\right)^n\right].a^2$$

ដូចនេះ: $\boxed{S_n=2\left[1-\left(\frac12\right)^n\right].a^2}$

⑤ ក- រកសមីការប្លង់ (α) :

ចំពោះ (α) : $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

យើងមាន $A(3;2;0)$; $B(0;-1;3)$

$$\Rightarrow \vec{AB}(-3;-3;3)$$

ដោយប្លង់ (α) កាត់តាម A ហើយកែងនឹង (AB)

យើងបាន $(\alpha): -3(x-3)-3(y-2)+3(z-0)=0$

$$-3x+9-3y+6+3z=0$$
$$-x-y+z+5=0$$

ដូចនេះ: ប្លង់ (α) មានសមីការ :

$$\boxed{-x-y+z+5=0}$$

ខ- ផ្ទៀងផ្ទាត់ :

យើងមានប្លង់ $(\theta) : -x-y+z+5=0$

បើចំណុច :

* $R(5;0;0)$ ជារបស់ប្លង់ (θ) :

$\Leftrightarrow -5-0+0+5=0$

$0=0$ ពិត

* $S(0;5;5)$ ជារបស់ប្លង់ (θ) :

$\Leftrightarrow -0-5+0+5=0$

$0=0$ ពិត

* $T(0;0;-5)$ ជារបស់ប្លង់ (θ) :

$\Leftrightarrow -0-0-5+5=0$

$0=0$ ពិត

ដូចនេះ R, S និង T ជាចំណុចរបស់ប្លង់ (θ) ។

គ- គណនាប្រវែង AB :

$$AB=\sqrt{(-3)^2+(-3)^2+3^2}$$
$$=\sqrt{3.3^2}$$
$$=3\sqrt{3}$$ ឯកតាប្រវែង

ដូចនេះ: $\boxed{AB=3\sqrt{3}}$ ឯកតាប្រវែង

គណនាក្រលាផ្ទៃ S_{RST} :

យើងមាន $R(5;0;0); S(0;5;0); T(0;0;-5)$

យើងបាន :

$\vec{RS}(-5;5;0)$

$\vec{RT}(-5;0;-5)$

$$\Rightarrow \vec{RS}\times\vec{RT}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -5 & 5 & 0\\ -5 & 0 & 5\end{vmatrix}$$
$$=(25-0)\vec{i}-(-25-0)\vec{j}+(0+25)\vec{k}$$
$$=25\vec{i}+25\vec{j}+25\vec{k}$$

យើងបាន :

$$\|\vec{RS}\times\vec{RT}\|=\sqrt{25^2+25^2+25^2}$$
$$=\sqrt{3.25^2}$$
$$=25\sqrt{3}$$

$$S_{RST}=\frac{1}{2}\|\vec{RS}\times\vec{RT}\|$$
$$=\frac{25\sqrt{3}}{2}$$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ: $\boxed{S_{RST}=\frac{25\sqrt{3}}{2}}$ ឯកតាផ្ទៃ

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា និងមត្តេយ្យសិក្សា ១២ + ២

ឈ្មោះ : ....

ទូប់លេខ : ....

លេខ : ....

ហត្ថលេខា : ....

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១៦ ខែ វិច្ឆិកា ឆ្នាំ ២០០៧

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : ០២ម៉ោង

ប្រធាន :

1- ក). គេឱ្យ $P(z) = z^2 + 2(2+i)z + 3 + 4i$ ដោយ z ជាចំនួនកុំផ្លិច ។ បញ្ជាក់ថា $P(z)$ ជាការេនៃពហុធាដឺក្រេទី1

ខ). គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $z = 1 + i$ ។ បង្ហាញថា $z^3 = -2 + 2i$ ។ ចំពោះតម្លៃ z នេះ រកចំនួនពិត a និង b ដោយដឹងថា

$\frac{a}{1+z} + \frac{b}{1+z^3} = 2i$ (មួយពិន្ទុកន្លះ)

2- ក). គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់ : $I = \int x^2 \ln x dx$; $J = \int \frac{\sin 2x - \cos x}{\cos x} dx$

ខ). គេឱ្យ $g(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 2x - 3}$ ។ កំណត់ចំនួនពិត m ; n ; p ដើម្បីឱ្យបាន $g(x) = m + \frac{n}{x+1} + \frac{p}{x-3}$

ចំពោះគ្រប់ $x \in]-1 ; 3[$ · រួចគណនា $\int_0^2 g(x)dx$ (ពីរពិន្ទុ)

3- គេចង់ជ្រើសរើសយកសិស្ស 3នាក់ ក្នុងចំណោមសិស្ស 12នាក់ ដែលក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស 7នាក់ និងសិស្សស្រី 5នាក់ ។

រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស 2នាក់ និងសិស្សស្រី 1នាក់ ។ (មួយពិន្ទុកន្លះ)

4- គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \dots\dots + nx^{n-1}$

ក). កំណត់តម្លៃ a_1 ; a_2 ; a_3 ; .... ;a_n ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $F(x) = a_1x + a_2x^2 + \dots\dots + a_nx^n$ ជាព្រីមីទីវនៃ $f(x)$.

ខ). ចំពោះតម្លៃ a_1 ; a_2 ; a_3 ; .... ;a_n ដែលរកឃើញក្នុងសំណួរខាងលើ បង្ហាញថា $f(x) = \frac{nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1}{(1-x)^2}$

(ពីរពិន្ទុ)

5- ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់វិជ្ជមាន $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$ គេឱ្យបន្ទាត់ពីរ (D_1) : $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{3}$ និង

$$(D_2) : \begin{cases} 3x + y - 5z + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 8z + 3 = 0 \end{cases}$$

ក). ស្រាយបញ្ជាក់ថាបន្ទាត់ (D_1) និង (D_2) អរតូកូណាល់គ្នា

ខ). តើបន្ទាត់ (D_1) និង (D_2) កាត់គ្នាឬទេ ?

គ). ប្លង់ (P) មួយមានសមីការ $2x + 3y + z - 12 = 0$ ។ រកចម្ងាយពីគល់តម្រុយ O ទៅប្លង់ (P) ។ (បីពិន្ទុ)

① ក- ស្រាយបញ្ជាក់ :

យើងមាន $f(z)=z^2+2(2+i)z+3+4i$

មាន $\Delta=[2(2+i)]^2-4\cdot(3+4i)$

$=4(4+4i+i^2)-12-16i$

$=0$

ដោយការមានឫសឌុប :

$z_0=\frac{-2(2+i)}{2}$

$=-(2+i)$

យើងបាន $f(z)=(z-z_0)(z-z_0)$

$=[z+(2+i)][z+(2+i)]$

$=[z+(2+i)]^2$

ដូចនេះ: $f(z)$ ជាការេនៃពហុធាដឺក្រេទី1 ។

ខ- បង្ហាញ :

យើងមាន $z=1+i$

យើងបាន $z^3=(1+i)^3$

$=1+3\cdot1^2\cdot i+3\cdot1\cdot i^2+i^3$

$=-2+2i$

ដូចនេះ: $\boxed{z^3=-2+2i}$

រកចំនួនពិត a និង b

យើងមាន $z=1+i$; $z^3=-2+2i$

យើងបាន $\frac{a}{1+z}+\frac{b}{1+z^3}=2i$

$\frac{a}{1+(1+i)}+\frac{b}{1+(-2+2i)}=2i$

$\frac{a}{2+i}+\frac{b}{-1+2i}=2i$

$a(-1+2i)+b(2+i)=2i(2+i)(-1+2i)$

$-a+2ai+2b+bi=2i(-2+4i-i+2i^2)$

$(-a+2b)+(2a+b)i=-6-8i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-a+2b=-6\\ 2a+b=-8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-2\\ b=-4\end{cases}$

ដូចនេះ: $\boxed{a=-2\ ;\ b=-4}$

② ក- គណនាអាំងតេក្រាល :

$I=\int x^2\ln x\,dx$

តាង $u=\ln x \Rightarrow du=\frac{dx}{x}$

$dv=x^2dx \Rightarrow v=\frac{x^3}{3}$

យើងបាន $I=\ln x\cdot\frac{x^3}{3}-\int\frac{x^3}{3}\times\frac{dx}{x}$

$=\ln x\cdot\frac{x^3}{3}-\frac{1}{3}\int x^2dx$

$=\frac{x^3}{3}\ln x-\frac{x^3}{9}+c$

ដូចនេះ: $\boxed{I=\frac{x^3}{3}\ln x-\frac{x^3}{9}+c}$ $(c\in\mathbb{R})$

$J=\int\frac{\sin 2x-\cos x}{\cos x}dx$

$=\int\frac{2\sin x\cos x-\cos x}{\cos x}dx$

$=\int(2\sin x-1)dx$

$=-2\cos x-x+c$

ដូចនេះ: $\boxed{J=-2\cos x-x+c}$ $(c\in\mathbb{R})$

ខ- កំណត់តម្លៃ $m;n;l$:

យើងមាន

$g(x)=m+\frac{n}{x+1}+\frac{l}{x-3}$

$=\frac{m(x+1)(x-3)+n(x-3)+l(x+1)}{(x+1)(x-3)}$

$=\frac{mx^2+(-2m+n+l)x+(-3m-3n+l)}{x^2-2x-3}$

ដោយ $g(x)=\frac{x^2+x-6}{x^2-2x-3}$

យើងបាន :

$$\frac{mx^2+(-2m+n+\ell)x+(-3m-3n+\ell)}{x^2-2x-3}=\frac{x^2+x-6}{x^2-2x-3}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} m=1\\ -2m+n+\ell=1\\ -3m-3n+\ell=-6\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} m=1 & (1)\\ n+\ell=3 & (2)\\ -3n+\ell=-3 & (3)\end{cases}$$

(2) $n+\ell=3 \Rightarrow n=3-\ell$

ជំនួស(3) : $-3(3-\ell)+\ell=-3$

$$\ell=\frac{3}{2}$$

$$n=3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$$

ដូចនេះ : $\boxed{m=1\ ;\ n=\frac{3}{2}\ ;\ \ell=\frac{3}{2}}$

គណនា អាំងតេក្រាល :

ចំពោះ : $m=1\ ;\ n=\frac{3}{2}\ ;\ \ell=\frac{3}{2}$

$$g(x)=1+\frac{3}{2(x+1)}+\frac{3}{2(x-3)}$$

យើងបាន $\int_0^2 g(x)dx=\int_0^2\left[1+\frac{3}{2(x+1)}+\frac{3}{2(x-3)}\right]dx$

$$=\int_0^2 dx+\frac{3}{2}\int_0^2\frac{dx}{x+1}+\frac{3}{2}\int\frac{dx}{x-3}$$

$$=\left[x\right]_0^2+\frac{3}{2}\left[\ln|x+1|\right]_0^2+\frac{3}{2}\left[\ln|x-3|\right]_0^2$$

$$=2+\frac{3}{2}(\ln 3-\ln 1)+\frac{3}{2}(\ln|-1|-\ln|-3|)$$

$$=2$$

ដូចនេះ : $\boxed{\int_0^2 g(x)\,dx=2}$

③ ការស្រាយ :

ដោយគេជ្រើសរើសយកសិស្ស 3 នាក់ ក្នុងចំណោម សិស្ស 12 នាក់ គេបាន

ចំនួនករណីអាច : $n(S)=C(12;3)$

$$=\frac{12!}{(12-3)!3!}$$

$=220$ ករណី

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ ដែលគេជ្រើសរើស បានប្រុស 2 នាក់ និង សិស្សស្រី 1 នាក់

យើងចំនួនករណីស្រប $n(A)=C(7;2)\times C(5;1)$

$$=\frac{7!}{(7-2)!2!}\times 5$$

$=105$ ករណី

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{105}{220}=0,47$$

ដូចនេះ : $\boxed{P(A)=0,47}$

④ ក. កំណត់តម្លៃ $a_1; a_2; \dots; a_n$:

យើងមាន $F(x)=a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\dots+a_nx^n$

$$\Rightarrow F'(x)=a_1+2a_2x+3a_3x^2+\dots+na_nx^{n-1}$$

ដោយ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវនៃ $f(x)=1+2x+3x^2+\dots+nx^{n-1}$

យើងបាន $F'(x)=f(x)$

$$a_1+2a_2x+3a_3x^2+\dots+na_nx^{n-1}=1+2x+3x^2+\dots+nx^{n-1}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} a_1=1\\ 2a_2=2\\ 3a_3=3\\ \text{------}\\ na_n=n\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a_1=1\\ a_2=1\\ a_3=1\\ \text{------}\\ a_n=1\end{cases}$$

ដូចនេះ : $\boxed{a_1=a_2=a_3=\dots=a_n=1}$

ខ- បង្ហាញ :

ជំនួស $a_1=a_2=a_3=\dots=a_n=1$

$$\Rightarrow F(x)=x+x^2+x^3+\dots+x^n$$

$$=x\cdot\frac{1-x^n}{1-x}$$

$$=\frac{x-x^{n+1}}{1-x}$$

$$F'(x)=\frac{(x-x^{n+1})'(1-x)-(1-x)'(x-x^{n+1})}{(1-x)^2}$$

$$=\frac{[1-(n+1)x^n](1-x)+x-x^{n+1}}{(1-x)^2}$$

$$=\frac{1-x-(n+1)x^n+(n+1)x^{n+1}+x-x^{n+1}}{(1-x)^2}$$

$$=\frac{nx^{n+1}-(n+1)x^n+1}{(1-x)^2}$$

$$=f(x)$$

ដូចនេះ: $\boxed{f(x)=\frac{nx^{n+1}-(n+1)x^n+1}{(1-x)^2}}$

5 ក- ស្រាយបញ្ជាក់ :

យើងមាន $(D_1): \frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{3}$

មានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{u}_1(1;-2;3)$

$$(D_2): \begin{cases} 3x+y-5z+1=0 & (1)\\ 2x+3y-8z+3=0 & (2)\end{cases}$$

(1) មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់: $\vec{n}_1(3;1;-5)$

(2) មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់: $\vec{n}_2(2;3;-8)$

យើងបានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិសនៃ (D_2) គឺ :

$$\vec{u}_2=\vec{n}_1\times\vec{n}_2=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & 1 & -5\\ 2 & 3 & -8\end{vmatrix}$$

$$=(-8+15)\vec{i}-(-24+10)\vec{j}+(9-2)\vec{k}$$

$$=7\vec{i}+14\vec{j}+7\vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{u}_1\cdot\vec{u}_2=1.7-2.14+3.7$$

$$=0$$

ដោយ $\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2=0 \Leftrightarrow \vec{u}_1\perp\vec{u}_2$

ដែល $\vec{u}_1 \parallel (D_1)$; $\vec{u}_2 \parallel (D_2)$

$$\Leftrightarrow (D_1)\perp(D_2)$$

ដូចនេះ: $\boxed{(D_1)\perp(D_2)}$

ខ- ស្រាយបញ្ជាក់ :

យើងមាន (D_1) : $\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{3}$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{1}=\frac{y}{-2} \Rightarrow y=-2x$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{1}=\frac{z}{3} \Rightarrow z=3x$$

យក y និង z ជំនួស (D_2)

យើងបាន :

$$\begin{cases}3x-2x-15x+1=0\\ 2x-6x-24x+3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\frac{1}{14}\\ x=\frac{3}{28}\end{cases}$$

ដោយតម្លៃ x មិនស្មើគ្នាពោលគឺ

ដូចនេះ: (D_1) និង (D_2) មិនកាត់គ្នាទេ!

គ- រកចំងាយពី O ទៅប្លង់ (P) :

យើងមាន: $(P): 2x+3y+z-12=0$

$O(0;0;0)$

យើងបាន $d(O;(P))=\frac{|2.0+3.0+1.0-12|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}}$

$=\frac{6\sqrt{14}}{7}$ ឯកតាប្រវែង

ដូចនេះ: $\boxed{d(O;(P))=\frac{6\sqrt{14}}{7}\text{ ឯកតាប្រវែង}}$

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

លេខបន្ទប់ : ....

លេខតុ : ....

ឈ្មោះ : ....

ហត្ថលេខា : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា និងមធ្យមសិក្សា " 12 + 2 "

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី 20 ខែ វិច្ឆិកា ឆ្នាំ 2008

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : 02ម៉ោង

ប្រធាន :

1- ក). រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ $y = \log(1-\sqrt{4-x^2})$

ខ). ស្រាយបញ្ជាក់ថា $x^2+5y^2-4xy+2x-6y+3>0$ ចំពោះគ្រប់ x ; y ជារបស់ R

គ). គេឱ្យសមីការ $x^2+ax+1=0$ ។ រកតម្លៃ a ដើម្បីឱ្យសមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នា x_1 និង x_2 ផ្ទៀងផ្ទាត់

$x_1^2+x_2^2>7$ (2ពិន្ទុ)

2- ក). គណនាអាំងតេក្រាល $I = \int (tgx - cotgx)^2\,dx$; $J = \int \frac{1}{x^2-5x+6}\,dx$

ខ). គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃប្លង់ខណ្ឌដោយខ្សែកោង $y = x^3 - x^2 - 2x$ និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស (2ពិន្ទុ)

3- ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពណ៌ស 7 និងប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 10 ។ គេចាប់យកចេញនូវប៊ូលពីរជាមួយគ្នា ។ តើគេមានប៉ុន្មានរបៀប ដើម្បីចាប់យកប៊ូលចេញឱ្យបានយ៉ាងតិចបំផុតនូវប៊ូលសមួយ? (1ពិន្ទុកន្លះ)

4- គេឱ្យស្វ៊ែមួយមានប្រវែងកាំ 9 dm ។ កោនមួយចារឹកក្នុងស្វ៊ែនោះ ។ រកកម្ពស់កោន ដើម្បីឱ្យកោននោះមានមាឌអតិបរមា ។ (2ពិន្ទុ)

5- គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x>0$ ដោយ $f(x) = \frac{x+\ln x}{x}$ និងមានខ្សែកោង (c) ។

ក). គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $f(x)$ ។ បង្ហាញថាអនុគមន៍ f មានតម្លៃអតិបរមាមួយ ហើយគណនាតម្លៃអតិបរមានោះ ។

ខ). គណនាលីមីត $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ។ កំណត់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃខ្សែកោង (c) ។

គ). សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។ (2ពិន្ទុកន្លះ)

① ក. រកដែនកំណត់ :

យើងមាន $y=\log\left(1-\sqrt{4-x^2}\right)$

អនុគមន៍មានន័យកាលណា:

$$\begin{cases}\sqrt{4-x^2}\ge 0 & (1)\\ 1-\sqrt{4-x^2}>0 & (2)\end{cases}$$

(1) $\sqrt{4-x^2}\ge 0 \Leftrightarrow 4-x^2\ge 0$

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
$4-x^2\ge 0$	$-$	0	$+$	0	$-$

យើងបាន $-2\le x\le 2$

(2) $1-\sqrt{4-x^2}>0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2}<1$

$3-x^2<0$

x	$-\infty$	$-\sqrt3$		$\sqrt3$	$+\infty$
$3-x^2<0$	$-$	0	$+$	0	$-$

$x\in]-\infty;-\sqrt3[\cup]\sqrt3;+\infty[$

តាម (1) និង (2)

$-2 \quad -\sqrt3 \quad \sqrt3 \quad 2 \quad +\infty$

ដូចនេះ: $\boxed{x\in[-2;-\sqrt3[\cup]\sqrt3;2]}$

ខ. ស្រាយបញ្ជាក់ :

យើងមានវិសមីការ :

$x^2+5y^2-4xy+2x-6y+3>0 \quad (\forall x;y\in\mathbb{R})$

$\Leftrightarrow x^2+(2-4y)x+5y^2-6y+3>0$

$\forall x;y\in\mathbb{R}$ បើ: $x^2+(2-4y)x+5y^2-6y+3=0$ (1)

មាន $\Delta=(2-4y)^2-4.(5y^2-6y+3)$

$=4-16y+16y^2-20y^2+24y-12$

$=-4y^2+8y-8$

យើងបាន $\Delta_1=8^2-4(-4)(-8)$

$=-64<0$

ហើយ $a_\Delta=-4<0$

ដោយ: $\begin{cases}\Delta_1<0\\ a_\Delta=-4<0\end{cases}$

$\Rightarrow \Delta<0$ នោះសមីការ(1)គ្មានឫស។

ចំពោះ $a=1>0$

នោះ សមីការ (1) >0 $\forall x;y\in\mathbb{R}$

ដូចនេះ: $\boxed{x^2+5y^2-4xy+2x-6y+3>0\ (\forall x;y\in\mathbb{R})}$

គ. រកតម្លៃ a :

យើងមានសមីការ $x^2+ax+1=0$

ដោយ សមីការមានឫសពីរផ្សេងគ្នា

យើងបាន $\Delta>0 \Leftrightarrow a^2-4>0$

a	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
$\Delta>0$	$+$	0	$-$	0	$+$

$a\in]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$ (1)

ដោយ: x_1 និង x_2 ជាឫសនៃសមីការ

យើងបាន : (+) $\begin{cases}x_1^2+ax_1+1=0\\ x_2^2+ax_2+1=0\end{cases}$

$(x_1^2+x_2^2)+a(x_1+x_2)+2=0$

$\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2=-a(x_1+x_2)-2$

ដោយ $x_1^2+x_2^2>7$; $x_1+x_2=S=-\frac{a}{1}=-a$

$\Rightarrow -a.(-a)-2>7$

$a^2-9>0$

a	$-\infty$	-3		3	$+\infty$
$a^2-9>0$	$+$	0	$-$	0	$+$

$a\in]-\infty;-3[\cup]3;+\infty[$ (2)

តាម(1)និង(2): $-\infty \quad -3 \quad -2 \quad 2 \quad 3 \quad +\infty$

ដូចនេះ: $\boxed{a \in]-\infty;-3[\cup]3;+\infty[}$

② ក- គណនា អាំងតេក្រាល :

$$I = \int (tgx - cotgx)^2 dx$$
$$= \int (tg^2x - 2\,tgx.cotgx + cotg^2x)dx$$
$$= \int (tg^2x - 2 + cotg^2x)\,dx$$
$$= \int [(tg^2x+1) + (cotg^2x+1) - 4]\,dx$$
$$= \int (tg^2x+1)dx + \int (cotg^2x+1)dx - 4\int dx$$
$$= tgx - cotgx - 4x + c$$

ដូចនេះ: $\boxed{I = tgx - cotg - 4x + c}$ $(c \in IR)$

$$J = \int \frac{1}{x^2-5x+6}\,dx$$

ដោយ $\frac{1}{x^2-5x+6} = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$

$$= \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x-3}$$
$$= \frac{(A+B)x + (-3A-2B)}{x^2-5x+6}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A+B = 0 \\ -3A-2B = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = -1 \\ B = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2-5x+6} = -\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}$$

យើងបាន: $J = \int \frac{1}{x^2-5x+6}\,dx$

$$= \int \left(-\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3}\right) dx$$
$$= -\int \frac{1}{x-2}\,dx + \int \frac{1}{x-3}\,dx$$
$$= -\ln|x-2| + \ln|x-3| + c$$
$$= \ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right| + c$$

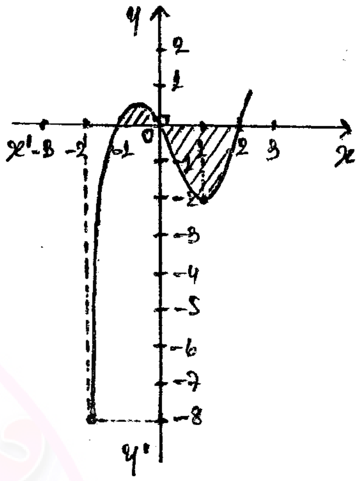
ដូចនេះ: $\boxed{J = \ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right| + c}$ $(c \in IR)$

2- គណនា ក្រឡាផ្ទៃ :

សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍: $y = x^3 - x^2 - 2x$

តារាងតម្លៃ :

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	0	0	-2	0



យើងបាន: $S = \int_{-1}^{0} (x^3 - x^2 - 2x)dx - \int_{0}^{2} (x^3 - x^2 - 2x)dx$

$$= \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - x^2\right]_{-1}^{0} - \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - x^2\right]_{0}^{2}$$
$$= \left[0 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1\right)\right] - \left[\left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3} - 4\right) - 0\right]$$
$$= -\frac{5}{12} + \frac{8}{3}$$
$$= \frac{9}{4} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}$$

ដូចនេះ: $\boxed{S = \frac{9}{4} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

③ រកចំនួនរបៀប :

តាង n ជាចំនួនរបៀប ដែលចាប់យកចេញ ឱ្យបានយ៉ាងតិចបំផុតនូវប៊ូលពណ៌សមួយ. មានន័យថាគេចាប់បាន ប៊ូលស 1 និងប៊ូលខ្មៅ 1 ឬ គេចាប់បាន ប៊ូលសទាំង 2 ។

យើងបាន $n = C(7;1) \times C(10;1) + C(7;2)$

$$= 7 \times 10 + \frac{7!}{(7-2)!\,2!}$$
$$= 91 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ: $\boxed{n = 91 \text{ របៀប}}$

④ រកកម្ពស់កោណ :

តាង R កាំស្វ៊ែ

x ចំងាយពី O មកបាត

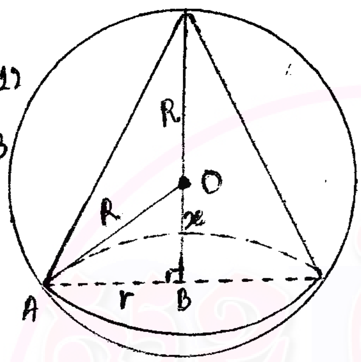
r កាំបាតកោណ ; h កម្ពស់កោណ

នោះ $h = x + R$

ដោយកោណចារឹកក្នុងស្វ៊ែ នោះ $\begin{cases} 0<r<R \\ 0<x<R \end{cases}$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi r^2 (x+R)$ (1)



ក្នុង ΔABC កែងត្រង់ B

មាន $OA^2 = OB^2 + AB^2$

$\Leftrightarrow R^2 = x^2 + r^2$

$r^2 = R^2 - x^2$

$(1) \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi(R^2 - x^2)(x+R)$

$= \frac{1}{3}\pi(xR^2 + R^3 - x^3 - x^2R)$

$V'(x) = \frac{1}{3}\pi(R^2 - 3x^2 - 2xR)$

$= \frac{1}{3}\pi(-3x^2 - 2Rx + R)$

$V'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 2Rx + R^2 = 0$

$\Delta = (-2R)^2 - 4(-3).R^2$

$= 16R^2$

$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 4R$

$x_1 = \frac{2R - 4R}{2.(-3)}$

$= \frac{R}{3}$ ដែល $R = 9dm$

$\Rightarrow x_1 = 3dm$

$x_2 = \frac{2R + 4R}{2(-3)}$

$= -R$ (មិនយក)

$V''(x) = \frac{1}{3}\pi(-6x - 2R)$

$V''(3) = \frac{1}{3}\pi(-6.3 - 2.9)$

$= -12\pi < 0$

នោះកោណមានមាឌអតិបរមា ចំពោះ $x = 3dm$

កម្ពស់ $h = x + R$

$= 3 + 9$

$= 12\ dm$

ដូចនេះ $\boxed{h = 12\ dm}$

⑤ ក- គណនាដេរីវេ :

យើងមាន : $f(x) = \frac{x + \ln x}{x}$ ចំពោះ $x > 0$

$f'(x) = \frac{(x+\ln x)'x - x'(x + \ln x)}{x^2}$

$= \frac{(x + \frac{1}{x})x - (x + \ln x)}{x^2}$

$= \frac{1 - \ln x}{x^2}$

ដូចនេះ $\boxed{f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}}$

ដោយ $x^2 > 0\ \forall x \in D_f$ បើ $f'(x) = 0$

$\Leftrightarrow 1 - \ln x = 0$

$\ln x = 1$

$x = e$

$f(e) = \frac{e + \ln e}{e}$

$= 1 + \frac{1}{e}$

តារាងសញ្ញា $f'(x)$

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	

ត្រង់ e $f'(x) = 0$ ហើយប្តូរសញ្ញា ពី (+) ទៅ (−) ដូចនេះ អនុគមន៍ f មានចំណុចអតិបរមាមួយគឺ $\boxed{f(e) = 1 + \frac{1}{e}}$

ខ. គណនាលីមីត :

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{x+\ln x}{x} = \lim_{x\to 0^+}\left(1+\frac{\ln x}{x}\right) = -\infty$$

(ព្រោះ $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{x} = -\infty$)

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} \frac{x+\ln x}{x} = \lim_{x\to +\infty}\left(1+\frac{\ln x}{x}\right) = 1$$

(ព្រោះ $\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

ដោយ $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$

ដូចនេះ បន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ ។

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = 1$

ដូចនេះ បន្ទាត់ $y=1$ ជាអាស៊ីមតូតដេក ។

គ. តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f :

តារាងអថេរភាព

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$1+\frac{1}{e}$	$\searrow$	1

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

លេខបន្ទប់ : ....

លេខតុ : ....

ឈ្មោះ : ....

ហត្ថលេខា : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបឋមសិក្សា និងមធ្យមសិក្សា " 12 + 2 "

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី 13 ខែ វិច្ឆិកា ឆ្នាំ 2009

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : 02ម៉ោង

ប្រធាន :

1- ក). គណនាចំនួនកុំផ្លិច $Z=\left[\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right]^{2002}+\left[\frac{1+i}{1-i}\right]^{2001}$

ខ). កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យវិសមីការ $\frac{x^2-8x+20}{mx^2+2(m+1)x+9m+4}<0$ ចំពោះគ្រប់ x ជារបស់ $\mathbb{R}$ (1ពិន្ទុកន្លះ)

2- ចូរសង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ $f(x)=|x|$ រួចស្រាយបញ្ជាក់ថាអនុគមន៍ f ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ចំណុច $x=0$ និងគ្មានដេរីវេត្រង់ចំណុច $x=0$ (1ពិន្ទុកន្លះ)

3- គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=\frac{\sin x}{\cos x+\sin x}$ ។ កំណត់តម្លៃ a និង b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=a+b\left(\frac{\cos x-\sin x}{\cos x+\sin x}\right)$

រួចគណនា $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$ (1ពិន្ទុកន្លះ)

4- គេចង់បង្កើតគណៈកម្មការមួយមានសមាជិក 5នាក់ ក្នុងចំណោមមនុស្សទាំងអស់ 15 នាក់ ។ ក្នុងចំណោមមនុស្សទាំងនេះមានពីរនាក់ A និង B ដែលអាចចូលជាសមាជិកគណៈកម្មការបាន លុះត្រាតែគេចូលទាំងពីរនាក់ ។

តើគេអាចបង្កើតគណៈកម្មការបានប៉ុន្មានរបៀប ? (1ពិន្ទុ)

5- ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេឱ្យប្លង់ (P) មួយដែលកាត់តាមចំណុច $A(1;0;0)$; $B(0;2;0)$ និង $C(0;0;3)$ ។

ក). គណនាចម្ងាយ $|OI|$ ពីគល់ O មកប្លង់ (P)

ខ). ផ្ទៀងផ្ទាត់ទំនាក់ទំនង $\frac{1}{|OI|^2}=\frac{1}{|OA|^2}+\frac{1}{|OB|^2}+\frac{1}{|OC|^2}$ (1ពិន្ទុកន្លះ)

6- គេឱ្យអនុគមន៍មួយកំណត់ដោយ $f(x)=\frac{x^2-2x+1}{2x-4}$ មានខ្សែកោង (C) ។

ក). សិក្សាអថេរភាព និងសង់ខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f រួចស្រាយបញ្ជាក់ថា ខ្សែកោងនេះមានផ្ចិតឆ្លុះមួយ

ខ). កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ដោយដឹងថា បន្ទាត់ប៉ះនេះកាត់តាមចំណុច $A(0;2)$

គ). គណនាផ្ទៃក្រឡា S ផ្នែកនៃប្លង់ ដែលខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) អាស៊ីមតូតទ្រេត បន្ទាត់ $x=3$ និង $x=4$ ។

(3ពិន្ទុ)

① ក- គណនាចំនួនកុំផ្លិច :

$$z=\left[\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right]^{2002}+\left[\frac{1+i}{1-i}\right]^{2001}$$

$$=\left[\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2\right]^{1001}+\left[\frac{(1+i)(1+i)}{2}\right]^{2001}$$

$$=\left[\frac{1+2i+i^2}{2}\right]^{1001}+\left[\frac{1+i+i+i^2}{2}\right]^{2001}$$

$$=i^{1001}+i^{2001}$$

$$=(i^2)^{500}.i+(i^2)^{1000}.i$$

$$=1.i+1.i$$

$$=2i$$

ចម្លើយ: $\boxed{z=2i}$

ខ- កំណត់តម្លៃ m :

យើងមាន: $\dfrac{x^2-8x+20}{mx^2+2(m+1)x+9m+4}<0$

ចំពោះ: $x^2-8x+20=0$

មាន $\Delta=(-8)^2-4.20$

$=-16<0$

ដោយ $\begin{cases}\Delta=-16<0\\ a=1>0\end{cases}$

$\Rightarrow x^2-8x+20>0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

វិសមីការ: $\dfrac{x^2-8x+20}{mx^2+2(m+1)x+9m+4}<0$

កាលណា: $mx^2+2(m+1)x+9m+4<0$

$$\Delta_1=[2(m+1)]^2-4m(9m+4)$$

$$=4m^2+8m+4-36m^2-16m$$

$$=-32m^2-8m+4$$

$$=-8m^2-2m+1$$

បើ $mx^2+2(m+1)x+9m+4<0$

នោះ $\begin{cases}\Delta_1<0 & (1)\\ a_1=m<0 & (2)\end{cases}$

(1): $\Delta_1=-8m^2-2m+1<0$

$m_1=-\frac{1}{2}\ ;\ m_2=\frac{1}{4}$

m	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{4}$	$+\infty$
Δ_1	$-$	0	$+$	0	$-$

$m\in\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[\cup\left]\frac{1}{4};+\infty\right[$

(2) $m<0$

តាម (1) និង (2) $m\in\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$

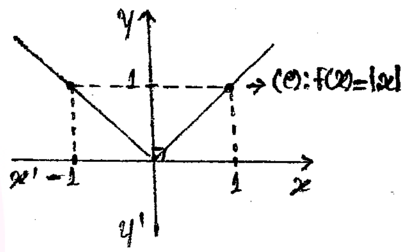
ចម្លើយ: $\boxed{m\in\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[}$

② សង់ក្រាប :

យើងមាន $f(x)=|x|$

តារាងតម្លៃ:

x	-1	0	1
$f(x)$	1	0	1



សេចក្តីបញ្ជាក់ :

* ភាពជាប់ត្រង់ $x=0$

មាន $f(x)=|x|$　　យើងបាន :

$f(0)=0$

$$\lim_{x\to0^-}f(x)=\lim_{x\to0^-}|x|=0$$

$$\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}|x|=0$$

ដោយ $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=f(0)=0$

នោះ អនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ $x=0$ ។

* ភាពមានដេរីវេត្រង់ $x=0$:

$$f'(0)=\lim_{h\to0^-}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}$$

$$=\lim_{h\to0^-}\frac{|h|}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0^-} \frac{-h}{h}$$
$$= -1$$

$$f'_+(0) = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{|h|}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{h}{h} = 1$$

ដោយ $f'_-(0) = -1 \neq f'_+(0) = 1$

នោះ អនុគមន៍ f គ្មានដេរីវេត្រង់ $x=0$ ទេ!

ដូចនេះ អនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ $x=0$ តែគ្មានដេរីវេត្រង់ $x=0$ ទេ!

③ កំណត់តម្លៃ a និង b :

យើងមាន $f(x) = a + b\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right)$

$$= \frac{a\cos x + a\sin x + b\cos x - b\sin x}{\cos x + \sin x}$$
$$= \frac{(a+b)\cos x + (a-b)\sin x}{\cos x + \sin x}$$

ដោយ $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x + \sin x}$

យើងបាន : $\begin{cases} a+b=0 \\ a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}$

ដូចនេះ $\boxed{a=\frac{1}{2}\ ; b=-\frac{1}{2}}$

គណនា I

ចំពោះ $a=\frac{1}{2}\ ; b=-\frac{1}{2}$

$$f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right)$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$$
$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}\right)\right] dx$$
$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2} - \frac{1}{2}\int \frac{(\cos x + \sin x)'}{\cos x + \sin x}\,dx$$
$$= \left[\frac{x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{2}\Big[\ln|\cos x + \sin x|\Big]_0^{\frac{\pi}{2}}$$
$$= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\left[\left(\ln\left|\cos\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2}\right|\right) - \left(\ln|\cos 0 + \sin 0|\right)\right]$$
$$= \frac{\pi}{4}$$

ដូចនេះ $\boxed{I = \frac{\pi}{4}}$

④ រកចំនួនរបៀបដែលបង្កើតបាន :

តាង n ជាចំនួនរបៀប :

ដោយជ្រើសរើសសមាជិក 5 នាក់ ក្នុងចំណោមមនុស្ស 15 នាក់ យើងបាន

$$n = C(15;5)$$
$$= \frac{15!}{(15-5)!.5!}$$
$$= \frac{15\times14\times13\times12\times10!}{10!.5!}$$
$$= 3003 \text{ របៀប}$$

ដូចនេះ $\boxed{n = 3003 \text{ របៀប}}$

⑤ ក. គណនាចំងាយ $|OI|$:

យើងមាន $A(1;0;0); B(0;2;0); C(0;0;3)$

$\vec{AB}(-1;2;0)\ ;\ \vec{AC}(-1;0;3)$

$$\vec{AB}\times\vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$
$$= (6-0)\vec{i} - (-3-0)\vec{j} + (0+2)\vec{k}$$
$$= 6\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$$

តាង $\vec{n} = \vec{AB}\times\vec{AC}$ ជាវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់នៃ (P)

យើងបាន សមីការប្លង់ (P) ដែលមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}(6;3;2)$ ហើយកាត់តាម $A(1;0;0)$

កំណត់ដោយ: $(P)\ a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$$\Leftrightarrow 6(x-1)+3(y-0)+2(z-0)=0$$
$$6x+3y+2z-6=0$$

តែ $O(0;0;0)$

នោះ $d(O;(P)) = \frac{|6.0+3.0+2.0-6|}{\sqrt{6^2+3^2+2^2}}$

$$= \frac{6}{7}$$

$|OI| = d(O;(P))$

ដូចនេះ: $\boxed{|OI| = \frac{6}{7} \text{ ឯកតាប្រវែង}}$

2- ផ្ទៀងផ្ទាត់:

$|OA| = 1$; $|OB| = 2$; $|OC| = 3$; $|OI| = \frac{6}{7}$

យើងបាន:

$$\frac{1}{|OI|^2} = \frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2} + \frac{1}{|OC|^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(\frac{6}{7})^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}$$

$$\frac{49}{36} = \frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9}$$

$$\frac{49}{36} = \frac{4\times9+9+4}{1\times4\times9}$$

$$\frac{49}{36} = \frac{49}{36} \text{ ពិត}$$

ដូចនេះ: $\boxed{\frac{1}{|OI|^2} = \frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2} + \frac{1}{|OC|^2}}$

6 ក- សិក្សាអថេរភាព និងសង់ខ្សែកោង (C):

យើងមាន $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{2x-4}$

អនុគមន៍ f កំណត់បានកាលណា

$$2x-4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$$

ដូចនេះ: $\boxed{D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}}$

$$f'(x) = \frac{(x^2-2x+1)'(2x-4)-(2x-4)'(x^2-2x+1)}{(2x-4)^2}$$

$$= \frac{(2x-2)(2x-4)-2(x^2-2x+1)}{(2x-4)^2}$$

$$= \frac{4x^2-8x-4x+8-2x^2+4x-2}{(2x-4)^2}$$

$$= \frac{2x^2-8x+6}{(2x-4)^2}$$

$\forall x \in D_f$ $(2x-4)^2 > 0$ បើ $f'(x) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x^2-8x+6 = 0$$

ដោយ $a+b+c = 2-8+6 = 0$

$$\Rightarrow x_1 = 1 ; x_2 = \frac{c}{a} = \frac{6}{2} = 3$$

$$f(1) = \frac{1^2-2.1+1}{2.1-4} = 0$$

$$f(3) = \frac{3^2-2.3+1}{2.3-4} = 2$$

តារាងសញ្ញា $f'(x)$

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	

តាមតារាងសញ្ញា $f'(x)$ យើងបាន អនុគមន៍ f មានចំណុច:

- អតិបរមាធៀបត្រង់ $x = 1$ គឺ $\boxed{f(1) = 0}$
- អប្បបរមាធៀបត្រង់ $x = 3$ គឺ $\boxed{f(3) = 2}$

គណនាលីមីត:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2-2x+1}{2x-4} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2(1-2/x+1/x^2)}{x(2-4/x)} = \pm\infty$$

$$\lim_{x\to2} f(x) = \lim_{x\to2} \frac{x^2-2x+1}{2x-4} = \lim_{x\to2} \frac{1}{0} = \pm\infty$$

ដោយ $\lim_{x\to2} f(x) = \pm\infty$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $x = 2$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ ។

យើងមាន $f(x) = \dfrac{x^2-2x+1}{2x-4}$

$= \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2x-4}$

ដោយ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{1}{2x-4} = 0$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $y = \frac{1}{2}x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត ។

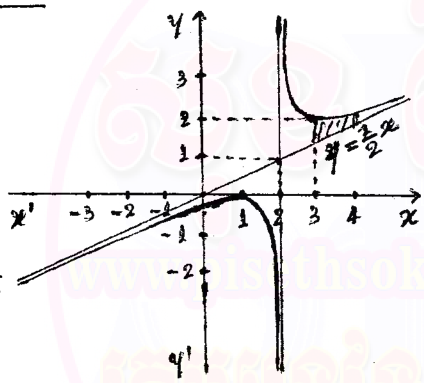
តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$	1		2		3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow$	0	$\searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow$	2	$\nearrow +\infty$

សង់ខ្សែកោង (C) :

តារាងតម្លៃ :

x	0	1	3
$f(x)$	$-\frac{1}{4}$	0	2



$(C): f(x) = \dfrac{x^2-2x+1}{2x-4}$

ស្រាយបញ្ជាក់ :

យើងប្តូរតម្រុយពី $(xOy) \to (XIY)$

ដែល $I(2;1)$ តាមរូបមន្តប្តូរតម្រុយ :

$$\begin{cases} x = X + 2 \\ y = Y + 1 \end{cases}$$

ពីអនុគមន៍ $y = f(x)$

$$\Leftrightarrow \quad Y + 1 = \frac{(X+2)^2 - 2(X+2) + 1}{2(X+2) - 4}$$

$$= \frac{X^2 + 2X + 1}{2X}$$

$$Y = \frac{X^2 + 2X + 1}{2X} - 1$$

$$= \frac{X^2 + 1}{2X}$$

តាង $Y = F(X)$

$\forall X \in D_f \; ; -X \in D_f$ យើងបាន :

$$F(-X) = \frac{(-X)^2 + 1}{2(-X)}$$

$$= -\frac{X^2+1}{2X}$$

$$= -F(X)$$

ដោយ $F(-X) = -F(X)$ នោះ F ជាអនុគមន៍សេសនៃ X

ដូចនេះ: $I(2;1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះ ។

2. កំណត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះ:

ឧបមា (D) មានរាង (D): $y = ax + b$ ដោយបន្ទាត់កាត់ $A(0;2)$

$\Rightarrow 2 = a.0 + b \Rightarrow b = 2$

$y = ax + 2$

សមីការអាប់ស៊ីសប្រសព្វ (C) និង (D) :

$$\frac{x^2-2x+1}{2x-4} = ax + 2$$

$$(2a-1)x^2 + 2(3-2a)x - 9 = 0 \quad (1)$$

បន្ទាត់ (D) ប៉ះខ្សែកោង (C) កាលណា សមីការ (1)

មានឫសឌុប : $\Delta' = 0 \Leftrightarrow (3-2a)^2 + 9(2a-1) = 0$

$4a^2 + 6a = 0$

$a = 0 \; ; \; a = -\frac{3}{2}$

ចំពោះ: $a = 0 \Rightarrow y = 2$

$a = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 2$

ដូចនេះ: មានបន្ទាត់ពីរកាត់តាម A ហើយប៉ះ (C) គឺ

$$\boxed{(D_1) : y = 2 \; ; \; (D_2) : y = -\frac{3}{2}x + 2}$$

គ. គណនាក្រឡាផ្ទៃ S :

$$S = \int_3^4 \left[\frac{x^2-2x+1}{2x-4} - \frac{1}{2}x \right] dx$$

$$= \int_3^4 \left[\frac{1}{2}x + \frac{1}{2x-4} - \frac{1}{2}x \right] dx$$

$$= \frac{1}{2} \Big[\ln|2x-4| \Big]_3^4$$

$= \frac{1}{2}\ln 2$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ: $\boxed{S = \frac{1}{2}\ln 2 \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

លេខបន្ទប់ : ....

លេខតុ : ....

ឈ្មោះ : ....

ហត្ថលេខា : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបង្រៀនកម្រិតបឋមភូមិ

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១១ ខែ តុលា ឆ្នាំ ២០០២

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : ០២ ម៉ោង

ប្រធាន :

1- ក. ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំកុំផ្លិច $x^2-2x+5=0$

ខ. គណនាឫសការេនៃចំនួនកុំផ្លិច $8-6i$ ។ (មួយពិន្ទុកន្លះ)

2- ក. គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់

$$I=\int \cos^2 x\,dx \quad ; \quad J=\int x\sin x\,dx$$

ខ. រកព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍ $f(x)=2x(x^3+1)$ ដោយដឹងថាព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍នេះស្មើនឹង 3 កាលណា $x=-1$ ។ (ពីរពិន្ទុ)

3- គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=\dfrac{x-1}{|x|+1}$

ក. សិក្សាភាពជាប់នៃអនុគមន៍ f ត្រង់ចំណុច $x=0$

ខ. តើអនុគមន៍ f មានដេរីវេត្រង់ចំណុច $x=0$ ឬទេ ? ។ (មួយពិន្ទុ)

4- ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y''+4y'+4y=0$

ខ. គេអោយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (F) : $y''+4y'+4y=-4x$ កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដែលអនុគមន៍ $\varphi : x\mapsto ax+b$ ជាចម្លើយនៃ (F) ។ (មួយពិន្ទុកន្លះ)

5- ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេមានចំណុច $A(2;2;2)$; $B(2;0;1)$ និង $C(4;1;-1)$

ក- បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ B

ខ- រកសមីការប្លង់កាត់តាមចំណុចទាំងបីនេះ ។ (មួយពិន្ទុកន្លះ)

6- គេអោយអនុគមន៍ $y=\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}$

ក- សិក្សាទិសដៅអថេរភាព និង សង់ខ្សែកោង (C) តាងក្រាបនៃអនុគមន៍

ខ- គណនាផ្ទៃក្រឡានៃប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ $x=2$ និង $x=5$ ។ (ពីរពិន្ទុកន្លះ)

① ក- ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមានសមីការ $x^2-2x+5=0$

មាន $\Delta=(-2)^2-4.5$

$=-16$

$=(4i)^2$

$\sqrt{\Delta}=4i$

$x_1=\frac{2-4i}{2}$

$=1-2i$

$x_2=\frac{2+4i}{2}$

$=1+2i$

ដូចនេះ: $\boxed{x_1=1-2i\ ;\ x_2=1+2i}$

ខ- គណនាឫសការេ :

យើងមាន $8-6i=3^2-2.3i+i^2$

$=(3-i)^2$

យើងបាន $\sqrt{8-6i}=\sqrt{(3-i)^2}$

$=\pm(3-i)$

ដូចនេះ: ឫសការេនៃ $8-6i$ គឺ

$\boxed{(3-i) \text{ និង } (-3+i)}$

② ក- គណនាអាំងតេក្រាល :

$I=\int\cos^2x\,dx$

$=\int\frac{1+\cos2x}{2}dx$

$=\frac{1}{2}\int dx+\frac{1}{2}\int\cos2x\,dx$

$=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\sin2x+c$

$=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin2x+c$

ដូចនេះ: $\boxed{I=\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin2x+c}$ $(c\in\mathbb{R})$

$J=\int x\sin x\,dx$

តាង $u=x\Rightarrow du=dx$

$dv=\sin x\,dx\Rightarrow v=\int\sin x\,dx$

$=-\cos x$

យើងបាន $J=x.(-\cos x)-\int(-\cos x)\,dx$

$=-x\cos x+\sin x+c$

ដូចនេះ: $\boxed{J=-x\cos x+\sin x+c}$ $(c\in\mathbb{R})$

ខ- រកព្រីមីទីវ :

តាង $F(x)$ ជាព្រីមីទីវនៃ $f(x)=2x(x^3+1)$

យើងបាន $F(x)=\int f(x)\,dx$

$=\int2x(x^3+1)\,dx$

$=2\int(x^4+x)\,dx$

$=2(\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{2}x^2)+c$

$=\frac{2}{5}x^5+x^2+c$

ដោយ $F(-1)=3$

$\Leftrightarrow\frac{2}{5}(-1)^5+(-1)^2+c=3$

$c=\frac{12}{5}$

ដូចនេះ: $\boxed{F(x)=\frac{2}{5}x^5+x^2+\frac{12}{5}}$

③ ក- សិក្សាភាពជាប់ :

យើងមាន $f(x)=\frac{x-1}{|x|+1}$

យើងបាន: $f(0)=\frac{0-1}{|0|+1}$

$=-1$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \frac{x-1}{|x|+1} = -1$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{x-1}{|x|+1} = -1$$

ដោយ $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0) = -1$

សន្និដ្ឋាន: អនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ $x=0$ ។

2- ភាពមានដេរីវេ:

$$f'_-(0) = \lim_{h\to 0^-} \frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim_{h\to 0^-} \frac{\frac{h-1}{|h|+1}+1}{h} = \lim_{h\to 0^-} \frac{h-1+|h|+1}{h(|h|+1)} = \lim_{h\to 0^-} \frac{h-h}{h(|h|+1)} = 0$$

$$f'_+(0) = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{\frac{h-1}{|h|+1}+1}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{h-1+|h|+1}{h(|h|+1)} = \lim_{h\to 0^+} \frac{2h}{h(h+1)} = 2$$

ដោយ $f'_-(0) = 0 \neq f'_+(0) = 2$

សន្និដ្ឋាន: អនុគមន៍ f គ្មានដេរីវេត្រង់ $x=0$ ទេ! ។

④ ក- ដោះស្រាយសមីការ:

យើងមានសមីការ: $(E)\ y''+4y'+4y=0$

សមីការសម្គាល់ $r^2+4r+4=0$

$$\Delta = 4^2-4\cdot 4 = 0$$

សមីការមានឫសឌុប: $r_0 = \frac{-4}{2} = -2$

ចំលើយទូទៅរបស់សមីការ (E) គឺ

$$y = (Ax+B)e^{r_0 x}$$

$$\Leftrightarrow y = (Ax+B)e^{-2x} \quad (A;B\in\mathbb{R})$$

សន្និដ្ឋាន: សមីការ (E) មានចំលើយទូទៅ:

$$\boxed{y = (Ax+B)e^{-2x}} \quad (A;B\in\mathbb{R})$$

2- កំណត់ចំនួនពិត a និង b :

យើងមាន $f(x) = ax+b$

$$\Rightarrow f'(x) = a$$
$$f''(x) = 0$$

ដោយ $f(x)$ ជាចំលើយរបស់សមីការ (F):

$$y''+4y'+4y = -4x$$

យើងបាន $4a+4(ax+b) = -4x$

$$ax+a+b = -x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 & (1) \\ a+b=0 & (2) \end{cases}$$

យក (1) ជំនួស (2):

$$-1+b=0$$
$$b=1$$

សន្និដ្ឋាន: $\boxed{a=-1;\ b=1}$

⑤ ក. បង្ហាញ :

យើងមាន $A(2;2;2); B(2;0;1); C(4;1;-1)$

$\Rightarrow \vec{AB}(0;-2;-1)\ ;\ \vec{BC}(2;1;-2)$

យើងបាន $\vec{AB}\cdot\vec{BC} = 0.2 - 2.1 + (-1)(-2)$

$= 0$

ដោយ $\vec{AB}\cdot\vec{BC} = 0 \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{BC}$

ដូចនេះ: ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ B ។

ខ. រកសមីការប្លង់ (ABC):

$$\vec{AB}\times\vec{BC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= (4+1)\vec{i} - (0+2)\vec{j} + (0+4)\vec{k}$$

$$= 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$$

យក $\vec{n} = \vec{AB}\times\vec{BC}$ ជាវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់នៃប្លង់(ABC)

យើងបាន សមីការប្លង់ (ABC) ដែលមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}(5;-2;4)$ និងកាត់តាម $A(2;2;2)$

កំណត់ដោយ $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$$5(x-2)-2(y-2)+4(z-2)=0$$

$$5x-10-2y+4+4z-8=0$$

$$5x-2y+4z-14=0$$

ដូចនេះ: ប្លង់ (AB) មានសមីការ:

$$\boxed{5x-2y+4z-14=0}$$

⑥ ក. សិក្សាអថេរភាព និងសង់ក្រាប(C):

យើងមាន :

$$f(x) = y = \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{(x+1)^2+(x-1)^2}{(x-1)^2(x+1)^2}$$

$$= \frac{x^2+2x+1+x^2-2x+1}{(x^2-1)^2}$$

$$= \frac{2x^2+2}{(x^2-1)^2}$$

អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ: $x^2-1 \neq 0$

$x \neq \pm 1$

ដូចនេះ: $\boxed{D_f \in \mathbb{R}\setminus\{-1;1\}}$

$$f'(x) = \frac{4x(x^2+1)^2 - 2.2x(x^2-1)(2x^2+2)}{(x^2-1)^4}$$

$$= \frac{(x^2+1)[4x(x^2+1)-4x(2x^2+2)]}{(x^2-1)^4}$$

$$= \frac{4x^3-4x-8x^3-8x}{(x^2-1)^3}$$

$$= \frac{-4x^3-12x}{(x^2-1)^3}$$

$\forall x \in D_f\ (x^2-1)^3 \neq 0$ បើ $f'(x)=0$

$\Leftrightarrow -4x^3-12x=0$

$-4x(x^2+3)=0$

$\Rightarrow x = 0$

$$f(0) = \frac{2.0^2+2}{(0^2-1)^2} = 2$$

តារាងសញ្ញា $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$-4x$		+		+	0	−		−	
$(x^2-1)^3$		+	0	−		−	0	+	
$f'(x)$		+	‖	−	0	+	‖	−	

តាមតារាង $f'(x)$ អនុគមន៍ f មានចំណុចបរមាធៀប ត្រង់ $x=0$ គឺ $\boxed{f(0)=2}$ ។

គណនាលីមីត:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{2x^2+2}{(x^2-1)^2}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2(2+2/x^2)}{x^4(1-1/x^2)^2}$$

$$= 0$$

(ព្រោះ: $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2}{x^2}=0$)

$$\lim_{x\to-1} f(x) = \lim_{x\to-1}\frac{2x^2+2}{(x^2-1)^2}$$

$$= \frac{4}{0^+}$$

$$= +\infty$$

$$\lim_{x\to1} f(x) = \lim_{x\to1}\frac{2x^2+2}{(x^2-1)^2}$$

$$= \frac{4}{0^+}$$

$$= +\infty$$

ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$

នាំឲ្យ: បន្ទាត់ $y=0$ ជាអាស៊ីមតូតដេក.

$\lim_{x\to-1} f(x) = +\infty$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $x=-1$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ.

$\lim_{x\to1} f(x) = +\infty$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $x=1$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ.

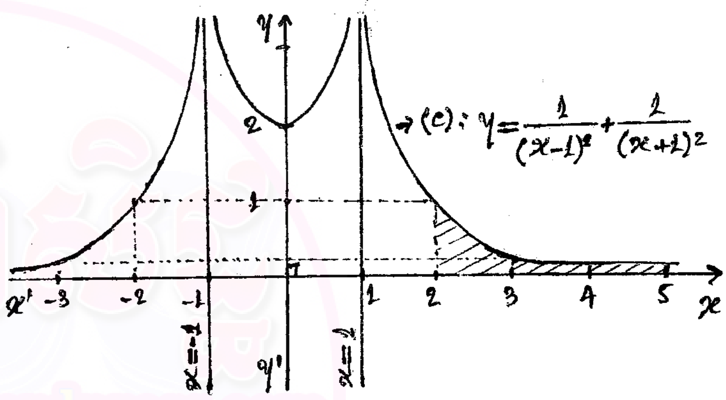
តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

សង់ខ្សែកោង (c):

តារាងតម្លៃលេខ $y = \frac{2x^2+2}{(x^2-1)^2}$

x	-3	-2	0	2	3
y	$5/16$	$10/9$	2	$10/9$	$5/16$



2. គណនាក្រឡាផ្ទៃ:

$$S = \int_2^5 f(x)dx$$

$$= \int_2^5\left[\frac{1}{(x-1)^2}+\frac{1}{(x+1)^2}\right]dx$$

$$= \int_2^5 (x-1)^{-2}dx + \int_2^5 (x+1)dx$$

$$= -\left[\frac{1}{x-1}\right]_2^5 - \left[\frac{1}{x+1}\right]_2^5$$

$$= -\left(\frac{1}{4}-1\right) - \left(\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{11}{12} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}$$

ដូចនេះ: $\boxed{S = \frac{11}{12} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

លេខបន្ទប់ : ....

លេខតុ : ....

ឈ្មោះ : ....

ហត្ថលេខា : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី 15 ខែ តុលា ឆ្នាំ 2003

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : 02 ម៉ោង

ប្រធាន

1- ក). សរសេរចំនួនកុំផ្លិច ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ $1 + i\sqrt{3}$

ខ). ដោះស្រាយសមីការ $|z| - z = 1 + 2i$; (z ចំនួនកុំផ្លិច) ។

(មួយពិន្ទុកន្លះ)

2- ក). គណនាដេរីវេទី 5 នៃអនុគមន៍ $f(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^3 - 2$

ខ). កំណត់ដេរីវេទី n នៃអនុគមន៍ $h(x) = x^n$; ($n \in N^*$) ។

(មួយពិន្ទុកន្លះ)

3- រកព្រីមីទីវ F(x) នៃអនុគមន៍ $f(x) = \cos x$ ដែលខ្សែកោងតាង F(x) កាត់តាមចំណុច $A\left(\frac{\pi}{2} ; 0\right)$ ។

(មួយពិន្ទុកន្លះ)

4- រកចម្លើយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌដែលអោយ $y'' - 3y' + 2y = 0$

$y(1) = 1$; $y'(1) = 3$ ។ (មួយពិន្ទុ)

5- ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(0 ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេអោយប្លង់ពីរ (α) និង (β) មានសមីការរៀងគ្នា

$3x - 2y + 2z - 5 = 0$ និង $4x + 5y - z + 1 = 0$

ក). ស្រាយបញ្ជាក់ថា ប្លង់ (α) អរតូកូណាល់ប្លង់ (β)

ខ). សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត បន្ទាត់ប្រសព្វនៃប្លង់ (α) នឹង (β) ។ (ពីរពិន្ទុ)

6- គេអោយអនុគមន៍ $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx}{x^2 - 4x + 3}$

ក). រកតម្លៃ a និង b ដោយដឹងថា អនុគមន៍មានតម្លៃអប្បបរមាស្មើនឹង 4 ត្រង់ $x = 2$

ខ). សិក្សាទិសដៅអថេរភាព និង សង់ក្រាប នៃអនុគមន៍ $f(x)$ ចំពោះតម្លៃ a និង b ដែលរកឃើញ ។

(ពីរពិន្ទុកន្លះ)

① ក- សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ:

យើងមាន $1+i\sqrt{3} = 2\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= 2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

ដូចនេះ: $\boxed{1+i\sqrt{3} = 2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)}$

ខ- ដោះស្រាយសមីការ:

តាង $z=a+bi \Rightarrow |z|=\sqrt{a^2+b^2}$

ដោយ $|z|-z = 1+2i$

យើងបាន: $\sqrt{a^2+b^2}-(a+bi) = 1+2i$

$\sqrt{a^2+b^2}-a-bi = 1+2i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -b = 2 & (1) \\ \sqrt{a^2+b^2}-a = 1 & (2) \end{cases}$$

(1) $-b=2 \Rightarrow b=-2$

ជំនួស(2) $\sqrt{a^2+4} = a+1$

$a^2+4 = (a+1)^2$

$a^2+4 = a^2+2a+1$

$a = \frac{3}{2}$

ដូចនេះ: $\boxed{z = \frac{3}{2}-2i}$

② ក- គណនាដេរីវេទី៥:

យើងមាន $f(x) = x^5-2x^4+3x^3-2$

យើងបាន: $f'(x) = 5x^4-8x^3+9x^2$

$f''(x) = 20x^3-24x^2+18x$

$f'''(x) = 60x^2-48x+18$

$f^4(x) = 120x-48$

$f^5(x) = 120$

ដូចនេះ: $\boxed{f^5(x) = 120}$

ខ- គណនាដេរីវេទី n:

ដោយ $h(x) = x^n$; $(n\in\mathbb{N}^*)$

$h'(x) = nx^{n-1}$

$h''(x) = n(n-1)x^{n-2}$

$h^n(x) = n(n-1)(n-2)\ldots 3.2.1 = n!$

ដូចនេះ: $\boxed{h^n(x) = n!}$

③ រកព្រីមីទីវ $F(x)$:

ដោយ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវនៃ $f(x)=\cos x$

យើងបាន $F(x) = \int f(x)\,dx$

$= \int \cos x\,dx$

$= \sin x + c$

តែ $F(x)$ កាត់តាមចំណុច $A(\frac{\pi}{2};0) \Leftrightarrow F(\frac{\pi}{2})=0$

$\sin\frac{\pi}{2}+c=0$

$c=-1$

ដូចនេះ: $\boxed{F(x) = \sin x - 1}$

④ រកចម្លើយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល:

យើងមានសមីការ: $y''-3y'+2y=0$

មានសមីការសម្គាល់ $r^2-3r+2=0$

ដោយ $a+b+c = 1-3+2 = 0$

$\Rightarrow r_1=1 ; r_2=\frac{2}{1}=2$

ចម្លើយទូទៅ របស់សមីការ (E) គឺ:

$y = Ae^{r_1x}+Be^{r_2x} \Leftrightarrow y = Ae^x+Be^{2x}$

$y' = Ae^x+2Be^{2x}$

តែ : $y(1)=1 \Leftrightarrow Ae+Be^2=1$ (1)

$y'(1)=3 \Leftrightarrow Ae+2Be^2=3$ (2)

តាម (1) និង (2)

$$(-)\begin{cases} Ae + Be^{2} = 1 \quad (1) \\ Ae + 2Be^{2} = 3 \quad (2) \end{cases}$$

$$-Be^{2} = -2$$

$$B = 2.e^{-2}$$

ជំនួស(1) $Ae + 2e^{-2}.e^{2} = 1$

$$A = -e^{-1}$$

គេបាន $y = -e^{-1}.e^{x} + 2e^{-2}.e^{2x}$

$$= -e^{x-1} + 2e^{2(x-1)}$$

ដូចនេះ: ដំណោះស្រាយរបស់សមីការ(E) គឺ $\boxed{y = -e^{x-1} + 2e^{2(x-1)}}$

⑤ ក. ស្រាយបញ្ជាក់:

គេមានប្លង់: $(\alpha)\ 3x - 2y + 2z - 5 = 0$

មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់: $\vec{n}_1(3;-2;2)$

$(\beta)\ 4x + 5y - z + 1 = 0$

មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់: $\vec{n}_2(4;5;-1)$

គេបាន $\vec{n}_1.\vec{n}_2 = 3.4 - 2.5 + 2(-1)$

$$= 0$$

ដោយ $\vec{n}_1.\vec{n}_2 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$

ហើយ $\vec{n}_1 \perp (\alpha)$; $\vec{n}_2 \perp (\beta) \Leftrightarrow (\alpha) \perp (\beta)$

ដូចនេះ: $\boxed{(\alpha) \perp (\beta)}$

2- រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត (d):

ជំនួស $z = t$; $t \in \mathbb{R}$ ក្នុងប្លង់ (α) និង (β)

គេបាន
$$(+)\begin{cases} 3x - 2y = 5 - 2t \quad \times 5 \quad (1) \\ 4x + 5y = -1 + t \quad \times 2 \quad (2) \end{cases}$$

$$15x - 10y + 8x + 10y = 25 - 10t - 2 + 2t$$

$$x = 1 - \frac{8}{23}t$$

(1) $3\left(1 - \frac{8}{23}t\right) - 2y = 5 - 2t$

$$y = -\frac{35}{23} + t$$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ (d) មានសមីការ:

$$\boxed{\begin{cases} x = 1 - \frac{8}{23}t \\ y = -\frac{35}{23} + t \\ z = t \end{cases}} \quad (t \in \mathbb{R})$$

⑥ ក. រកតម្លៃ a និង b:

គេមាន $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx}{x^2 - 4x + 3}$

$$f'(x) = \frac{(2ax+b)(x^2-4x+3) - (2x-4)(ax^2+bx)}{(x^2-4x+3)^2}$$

$$= \frac{2ax^3 - 8ax^2 + 6ax + bx^2 - 4bx + 3b - 2ax^3 - 2bx^2 + 4ax^2 + 4bx}{(x^2-4x+3)^2}$$

$$= \frac{(-4a-b)x^2 + 6ax + 3b}{(x^2-4x+3)^2}$$

ដោយអនុគមន៍មានចំណុចបរមាស្មើ 4 ត្រង់ $x=2$

គេបាន:
$$\begin{cases} f(2) = 4 \\ f'(2) = 0 \end{cases}$$

បើ $f(2) = 4 \Leftrightarrow \dfrac{a.2^2 + b.2}{2^2 - 4.2 + 3} = 4$

$$2a + b = -2 \quad (1)$$

$f'(2) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{(-4a-b).2^2 + 6a.2 + 3b}{(2^2 - 4.2 + 3)^2} = 0$

$$-4a - b = 0 \Rightarrow b = -4a \quad (2)$$

យក(2) ជំនួស(1): $2a - 4a = -2 \Rightarrow a = 1$

$$b = -4.1$$
$$= -4$$

ដូចនេះ: $\boxed{a = 1 ; b = -4}$

2- សិក្សាអថេរភាព និង សង់ក្រាប (c):

ចំពោះ $a = 1 ; b = -4$: $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x}{x^2 - 4x + 3}$

អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ: $x^2 - 4x + 3 \neq 0$

$$\Leftrightarrow x \neq 1 ; x \neq 3$$

ដូចនេះ: $\boxed{D = \mathbb{R} \setminus \{1 ; 3\}}$

$$f'(x)=\frac{(-4a-b)x^2+6ax+3b}{(x^2-4x+3)^2}$$
$$=\frac{(-4\cdot1+4)x^2+6\cdot1x+3(-4)}{(x^2-4x+3)^2}$$
$$=\frac{6x-12}{(x^2-4x+3)^2}$$

ដោយ $(x^2-4x+3)^2>0 \quad \forall x\in D_f$

បើ $f'(x)=0 \Leftrightarrow 6x-12=0$

$$x=2$$

$$f(2)=\frac{2^2-4\cdot2}{2^2-4\cdot2+3}=4$$

តារាងសញ្ញា $f'(x)$

x	$-\infty$	1		2		3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$

តាមតារាង $f'(x)$ យើងបាន អនុគមន៍ f មានចំណុចបរមាធៀបត្រង់ $x=2$ គឺ $\boxed{f(2)=4}$

គណនាលីមីត:

$$\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2-4x}{x^2-4x+3}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2(1-4/x)}{x^2(1-4/x+3/x^2)}=1 \quad (\text{ព្រោះ}: \lim_{x\to\pm\infty}(-4/x)=0)$$

$$\lim_{x\to1}f(x)=\lim_{x\to1^-}\frac{x^2-4x}{x^2-4x+3}=\pm\infty$$

(ព្រោះ: $\lim_{x\to1}(x^2-4x)=-3$; $\lim_{x\to1}(x^2-4x+3)=0$)

$$\lim_{x\to3}f(x)=\lim_{x\to1^+}\frac{x^2-4x}{x^2-4x+3}=\pm\infty$$

(ព្រោះ: $\lim_{x\to3}(x^2-4x)=-3$; $\lim_{x\to3}(x^2-4x+3)=0$)

ដោយ $\lim_{x\to}f(x)=1$

នាំឲ្យ: បន្ទាត់ $y=1$ ជាអាស៊ីមតូតដេក ។

$\lim_{x\to1}f(x)=\pm\infty$

នាំឲ្យ: បន្ទាត់ $x=1$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ ។

$\lim_{x\to3}f(x)=\pm\infty$

នាំឲ្យ: បន្ទាត់ $x=3$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ ។

តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$	1		2		3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$1 \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow$	4	$\nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow 1$

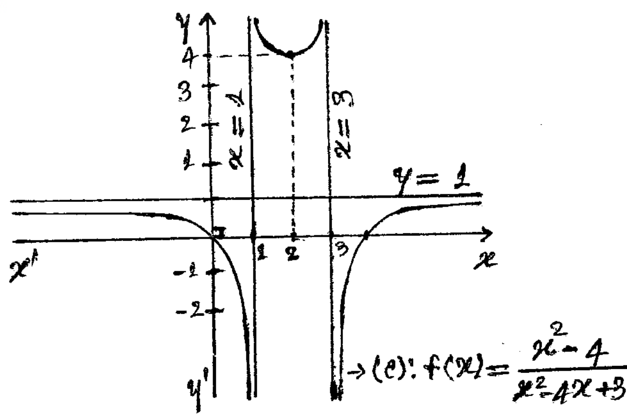
សង់ក្រាប (c) :

$(c)\cap(x'ox)$ គេបាន $y=0$

$\Leftrightarrow x^2-4x=0$

$x(x-4)=0$

$$\begin{cases}x=0\\ x=4\end{cases}$$



ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

ឈ្មោះ : ....

បន្ទប់លេខ : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបង្រៀនកម្រិតមូលដ្ឋាន បង្រៀននៅអនុវិទ្យាល័យ

តុលេខ : ....

ហត្ថលេខា : ....

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១៧ តុលា ឆ្នាំ ២០០៤

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : ០២ ម៉ោង

ប្រធាន :

១ - ក. រកចំនួនពិត x និង y ដើម្បីបំពេញល័ក្ខណ្ឌ $(x + y) + (2x - y)i = 2 - 5i$ ។

ខ. ចូរសរសេរ $(1 + i\sqrt{3})^{10}$ ជារាង $a + bi$ ។ (១ ពិន្ទុកន្លះ)

២ - ក. រកក្រឡាផ្ទៃ s ដែលកំណត់ដោយខ្សែកោង $y = \sin x$ ចំពោះ $0 \leq x \leq 3\pi$ ជាមួយអ័ក្សអាប់ស៊ីស ។

ខ. គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់ $I = \int x\cos x dx$; $J = \int \frac{5}{5x-7} dx$ (១ ពិន្ទុកន្លះ)

៣ - ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់គេមានបីចំណុច A (1 ; 4 ; 2) ; B (2 ; 1 ; 3) ; C (-2 ; 2 ; -1) ។ គណនាក្រឡាផ្ទៃ ΔABC រួចបង្ហាញថា ΔABC ជាត្រីកោណកែង ។ (១ ពិន្ទុកន្លះ)

៤ - គេសរសេរលេខ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 រៀងគ្នាលើកាក់ 9 ។ គេចាប់យកកាក់នេះម្តងមួយៗពីក្នុងថង់ចំនួនបីកាក់មកតំរៀបតាមលំដាប់ដែលចាប់បាន ។

ក. រកប្រូបាបដើម្បីឲកាក់ទាំងបីដែលចាប់បាន បង្កើតបានជាចំនួន 123 ។

ខ. រកប្រូបាបដើម្បីឲកាក់ទាំងបីដែលចាប់បាន បង្កើតបានជាចំនួនចែកដាច់នឹង 125 ។ (១ ពិន្ទុកន្លះ)

៥ - គណនាតម្លៃអតិបរមា អប្បបរមា នឹង ចំណុចរបត់ របស់ខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $y = 3xe^{-x^2}$ ។ រួចសង់ខ្សែកោង (c) តាងអនុគមន៍នេះ ។ (២ ពិន្ទុ)

៦ - គេឲសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y' + 2y = x^2$ ។

ក. កំណត់អនុគមន៍ពហុធា g មានសមីការដឺក្រេទី2 ជាចំលើយនៃសមីការ (E) ។

ខ. បង្ហាញថាអនុគមន៍ f ជាចំលើយនៃសមីការ (E) លុះត្រាតែ f - g ជាចំលើយនៃសមីការ (E') : $y' + 2y = 0$ ។

គ. ដោះស្រាយសមីការ (E') ។ ទាញរកចំលើយនៃសមីការ (E) ។ (២ ពិន្ទុ)

① ក- រកចំនួនពិត x និង y :

យើងមាន $(x+y)+(2x-y)i=2-5i$

យើងបាន: $(+)\begin{cases} x+y=2 & (1) \\ 2x-y=-5 & (2) \end{cases}$

$3x=-3$

$x=-1$

ជំនួស (1) $-1+y=2 \Rightarrow y=3$

ដូចនេះ: $\boxed{x=-1 ; y=3}$

ខ- សរសេរជារាង $a+bi$:

យើងមាន: $(1+i\sqrt{3})^{10}=\left[2\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]^{10}$

$=2^{10}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)^{10}$

$=2^{10}\left(\cos\frac{10\pi}{3}+i\sin\frac{10\pi}{3}\right)$

$=2^{10}\left[\cos\left(3\pi+\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(3\pi+\frac{\pi}{3}\right)\right]$

$=2^{10}\left(-\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

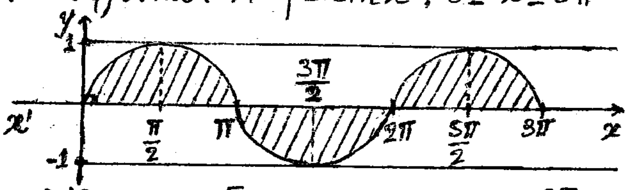
$=2^{10}\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=-2^{9}-2^{9}\sqrt{3}\,i$

ដូចនេះ: $\boxed{(1+i\sqrt{3})^{10}=-2^{9}-2^{9}\sqrt{3}\,i}$

② ក. រកក្រឡាផ្ទៃ S :

សង់ខ្សែកោង(c): $y=\sin x \; ; 0\le x\le 3\pi$



យើងបាន $S=\int_0^{\pi}\sin x\,dx-\int_{\pi}^{2\pi}\sin x\,dx+\int_{2\pi}^{3\pi}\sin x\,dx$

$=\cos x\Big|_0^{\pi}-\cos x\Big|_{\pi}^{2\pi}+\cos x\Big|_{2\pi}^{3\pi}$

$=2+2+2$

$=6$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ: $\boxed{S=6 \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

ខ- គណនាអាំងតេក្រាល :

$I=\int x\cos x\,dx$

តាង $u=x \Rightarrow du=dx$

$dv=\cos x\,dx \Rightarrow v=\int\cos x\,dx$

$=\sin x$

យើងបាន $I=x.\sin x-\int\sin x\,dx$

$=x\sin x+\cos x+c$

ដូចនេះ: $\boxed{I=x\sin x+\cos x+c}$ $(c\in\mathbb{R})$

• $J=\int\frac{5}{5x-7}dx$

$=\int\frac{(5x-7)'}{5x-7}dx$

$=\ln|5x-7|+c$

ដូចនេះ: $\boxed{J=\ln|5x-7|+c}$

③ គណនាក្រឡាផ្ទៃ :

យើងមាន បីចំណុច :

$A(1;4;2)\,;B(2;1;3)\,;C(-2;2;-1)$

យើងបាន : $\vec{AB}(1;-3;1)$; $\vec{AC}(-3;-2;-3)$

$\vec{AB}\times\vec{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & -3 & 1\\ -3 & -2 & -3\end{vmatrix}$

$=(9+2)\vec{i}-(-3+3)\vec{j}+(-2-9)\vec{k}$

$=11\vec{i}-11\vec{k}$

$\|\vec{AB}\times\vec{AC}\|=\sqrt{11^2+(-11)^2}$

$=11\sqrt{2}$

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\|\vec{AB}\times\vec{AC}\|$

$=\frac{11\sqrt{2}}{2}$ ឯកតាផ្ទៃ

$\forall x\in\mathbb{R}\quad e^{-x^2}>0$

បើ $f'(x)=0 \Leftrightarrow 1-x^2=0$

$x=\pm\frac{\sqrt2}{2}$

យើងបាន $f(\frac{\sqrt2}{2})=3\cdot\frac{\sqrt2}{2}\cdot e^{-(\frac{\sqrt2}{2})^2}$

$=\frac{3\sqrt2}{2}\cdot e^{-\frac12}$

$f(-\frac{\sqrt2}{2})=3(-\frac{\sqrt2}{2})\cdot e^{-(-\frac{\sqrt2}{2})^2}$

$=-\frac{3\sqrt2}{2}\cdot e^{-\frac12}$

តារាងសញ្ញា $f'(x)$:

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt2}{2}$		$\frac{\sqrt2}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

តាមតារាងសញ្ញា $f'(x)$ យើងបាន អនុគមន៍

f មានបរមា:

- អប្បបរមាធៀបត្រង់ $x=-\frac{\sqrt2}{2}$ គឺ

$$\boxed{f(-\frac{\sqrt2}{2})=-\frac{3\sqrt2}{2}e^{-\frac12}}$$

- អតិបរមាធៀបត្រង់ $x=\frac{\sqrt2}{2}$ គឺ

$$\boxed{f(\frac{\sqrt2}{2})=\frac{3\sqrt2}{2}\cdot e^{-\frac12}}$$

$f''(x)=[3(1-2x^2)\cdot e^{-x^2}]'$

$=3[(1-2x^2)'\cdot e^{-x^2}+(e^{-x^2})'\cdot(1-2x^2)]$

$=3[-4x\cdot e^{-x^2}-2xe^{-x^2}(1-2x^2)]$

$=6(-3x+2x^3)e^{-x^2}$

$f''(x)=0 \Leftrightarrow -3x+2x^3=0$

$x(-3+2x^2)=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0\\ x=\pm\frac{\sqrt6}{2}\end{cases}$

ចំពោះ $x=0 \Rightarrow f(0)=3\cdot0\cdot e^0$

$=0$

$x=\frac{\sqrt6}{2}\Rightarrow f(\frac{\sqrt6}{2})=3\cdot\frac{\sqrt6}{2}\cdot e^{-(\frac{\sqrt6}{2})^2}$

$=\frac{3\sqrt6}{2}\cdot e^{-\frac32}$

$x=-\frac{\sqrt6}{2}\Rightarrow f(-\frac{\sqrt6}{2})=3(-\frac{\sqrt6}{2})\cdot e^{-(-\frac{\sqrt6}{2})^2}$

$=-\frac{3\sqrt6}{2}\cdot e^{-\frac32}$

តារាងសញ្ញា $f''(x)$

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt6}{2}$		0		$\frac{\sqrt6}{2}$		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$-3+2x^2$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

ដោយ $f''(x)=0$ ហើយប្តូរសញ្ញាត្រង់:

$x=-\frac{\sqrt6}{2}$; $x=0$; $x=\frac{\sqrt6}{2}$ ដូចនេះ អនុគមន៍

f មានចំណុចរបត់ 3 គឺ

$$\boxed{(0;0);(-\frac{\sqrt6}{2};-\frac{3\sqrt6}{2}e^{-\frac32});(\frac{\sqrt6}{2};\frac{3\sqrt6}{2}\cdot e^{-\frac32})}$$

គណនាលីមីត

$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}(3xe^{-x^2})$

$=0$ (ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty}xe^{-x^2}=0$)

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}(3xe^{-x^2})$

$=0$ (ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}xe^{-x^2}=0$)

ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=0$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $y=0$ ជាអាស៊ីមតូតដេក។

ដូចនេះ: $\boxed{S_{ABC} = \frac{11\sqrt{2}}{2} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

បង្ហាញ :

$\vec{AB}\cdot\vec{AC} = 1(-3)+(-3)(-2)+1\cdot(-3)$

$= -3+6-3$

$= 0$

ដោយ $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = 0 \Rightarrow \vec{AB} \perp \vec{AC}$ ។

ដូចនេះ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។

④ ប្រូបាប :

យើងមានកាត 9 ដែលសរសេរពីលេខ 1 ដល់ លេខ 9 រៀងគ្នា គេចាប់យកកាត 3 ព្រមគ្នា យើងបាន ចំនួនករណី

អាច : $n(S) = C(9;3)$

$= \frac{9!}{(9-3)!}$

$= \frac{9\times8\times7\times6!}{6!3!}$

$= 504$ ករណី

ក- ដើម្បីកាលយកាតដែលចាប់បាន បង្កើតបានជាចំនួន 123 :

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលចាប់បាន បង្កើតបានជាចំនួន 123 ។

យើងបានចំនួនករណីស្រប :

$n(A) = C(1;1)\times C(1;1)\times C(1;1)$

$= 1\times1\times1$

$= 1$ ករណី

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$= \frac{1}{504}$

$= 0,02$

ដូចនេះ: $\boxed{P(A) = 0,02}$

ខ- ដើម្បីកាលយកាតទាំង 3 ដែលចាប់បានបង្កើតបានជាចំនួនចែកដាច់នឹង 125 :

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែលកាតទាំង 3 ចាប់បានបង្កើតបានជាចំនួនចែកដាច់នឹង 125 ។ គ្រប់ចំនួនចែកដាច់នឹង 125 ជាពហុគុណនៃ 125 ដោយកាតគ្មានសរសេរលេខ 0 ហើយចាប់យកកាតតែ 3 យើងបានចំនួនទាំងនោះគឺ 125 ; 375 ; 625 ; 875

$\Rightarrow n(B) = 4$ ករណី

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

$= \frac{4}{504}$

$= 0,008$

ដូចនេះ: $\boxed{P(B) = 0,008}$

⑤ គណនាតម្លៃ អតិបរមា អប្បបរមា និង ចំណុចរបត់ :

យើងមាន $f(x) = y = 3xe^{-x^2}$

អនុគមន៍ f កំណត់បានចំពោះ $\forall x \in \mathbb{R}$ ។

ដូចនេះ: $\boxed{D_f = \mathbb{R}}$

$f'(x) = 3[x'.e^{-x^2}+(e^{-x^2})'x]$

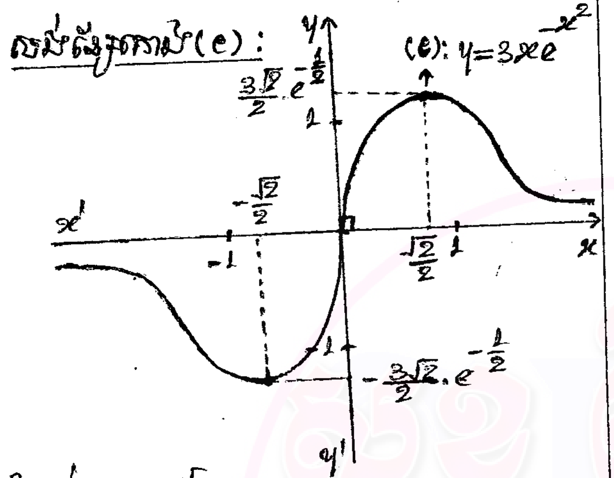
$= 3[e^{-x^2}+(-x^2)'.e^{-x^2}.x]$

$= 3(1-x^2)e^{-x^2}$

តារាងអថេរភាព :

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↘	$-\frac{3\sqrt{2}}{2}.e^{-\frac{1}{2}}$	↗	$\frac{3\sqrt{2}}{2}.e^{-\frac{1}{2}}$	↘	0

សង់ខ្សែកោង (c) :



⑥ ក-កំណត់អនុគមន៍ g :

តាម $g(x)=ax^2+bx+c \Rightarrow g'(x)=2ax+b$

ដោយ $g(x)$ ជាចំលើយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

$(E): y'+2y=x^2$ យើងបាន :

$g'(x)+2g(x)=x^2$

$2ax+b+2(ax^2+bx+c)=x^2$

$2ax^2+2(a+b)x+b+2c=x^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a=1 & (1) \\ 2(a+b)=0 & (2) \\ b+2c=0 & (3) \end{cases}$$

$(1)\ 2a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{2}$ ជំនួស (2)

$2(\frac{1}{2}+b)=0$

$b=-\frac{1}{2}$ ជំនួស (3)

$-\frac{1}{2}+2c=0 \Rightarrow c=\frac{1}{4}$

ដូចនេះ : $\boxed{g(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}}$

ខ- បង្ហាញ :

បើ $f-g$ ជាចំលើយនៃសមីការ $(E'): y'+2y=0$

យើងបាន $(f-g)'+2(f-g)=0$

$f'-g'+2f-2g=0$

$f'+2f=g'-2g$

ដោយ g ជាចំលើយនៃសមីការ (E) ហើយបើ f ក៏ជាចំលើយរបស់សមីការ (E) ដែរ ។

ដូចនេះ : បើ f ជាចំលើយនៃសមីការ (E) លុះត្រាតែ $f-g$ ជាចំលើយនៃសមីការ (E') ។

គ- ដោះស្រាយសមីការ (E') :

យើងមាន $(E'): y'+2y=0$

មានចំលើយទូទៅ : $y=ke^{-2x}; (k\in\mathbb{R})$

ដូចនេះ: ចំលើយទូទៅនៃសមីការ (E') គឺ $\boxed{y=ke^{-2x}}; (k\in\mathbb{R})$

ទាញរកចំលើយនៃសមីការ (E) :

ដោយ $f-g$ ជាចំលើយនៃសមីការ (E')

ហើយ y ក៏ជាចំលើយនៃសមីការ (E')

យើងបាន : $f-g=y$

$f=y-g$

$\Rightarrow f(x)=ke^{-2x}+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$

ដូចនេះ : ចំលើយនៃសមីការ (E) គឺ

$\boxed{f(x)=ke^{-2x}+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}}$

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

លេខបន្ទប់ : ....

លេខតុ : ....

ឈ្មោះ : ....

ហត្ថលេខា : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូមធ្យមសិក្សាបឋមភូមិ

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី 03 ខែ វិច្ឆិកា ឆ្នាំ 2005

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : 02 ម៉ោង

ប្រធាន

1- ក). សរសេរចំនួនកុំផ្លិចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ $-2-2i$

ខ). ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំកុំផ្លិច $(2+i)x^2-(5-i)x+2-2i=0$

(1 ពិន្ទុកន្លះ)

2- ក). គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់

$$I=\int(2\sin x+3\cos x)dx \quad ; \quad J=\int\frac{dx}{x^2-5x+6}$$

ខ). រកព្រីមីទីវ $F(x)$ នៃអនុគមន៍ $f(x)=x^2-e^x$ ដែល $F(0)=1$

(1 ពិន្ទុកន្លះ)

3- ក). ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $(E): y''-3y'+2y=0$

ខ). រកចម្លើយនៃសមីការ (E) បើគេដឹងថាអនុគមន៍ចម្លើយមានអតិបរមាស្មើ 1 ត្រង់ $x=1$

(1 ពិន្ទុកន្លះ)

4- សរសេរសមីការនៃប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច $M(1;2;-3)$ និង ស្របជាមួយប្លង់ $(Q): 2x-4y-z+4=0$ រួចគណនាចម្ងាយរវាងប្លង់ទាំងពីរ (1 ពិន្ទុ)

5- គេមានតួលេខ 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ។ ដោយគ្រាន់តែប្រើតួលេខទាំងនោះ តើគេអាចបង្កើតចំនួនបានប៉ុន្មាន ដែលធំជាង 2 000 ? (បញ្ជាក់ : ក្នុងចំនួននីមួយៗ គ្មានតួលេខដដែលពីរដងទេ) (1 ពិន្ទុកន្លះ)

6- គេអោយអនុគមន៍ $f(x)=ae^x+b$ មានខ្សែកោង (c)

ក). កំណត់តម្លៃ a ; b ដើម្បីអោយខ្សែកោង (c) កាត់តាមគល់ O នៃតំរុយអរតូណរមេ និង បន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (c) ត្រង់ចំណុចនេះជាបន្ទាត់ពុះទី1

ខ). សិក្សាអថេរភាព និង គូសខ្សែកោង (c) តាងអនុគមន៍ f ចំពោះតម្លៃ a ; b ដែលរកឃើញ

គ). គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃប្លង់ ដែលខណ្ឌដោយខ្សែកោង (c) អ័ក្ស $x'ox$ បន្ទាត់ $x=-1$ និង $x=1$ (3 ពិន្ទុ)

① ក- សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ:

យើងមាន $-2-2i = 2\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$

ដូចនេះ: $\boxed{-2-2i = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)}$

2- ដោះស្រាយសមីការ:

$(2+i)x^2-(5-i)x+2-2i = 0$

មាន $\Delta = [-(5-i)]^2-4(2+i)(2-2i)$

$= 24-10i-24+8i$

$= -2i$

$= 1-2i+i^2$

$= (1-i)^2$

$\sqrt{\Delta} = 1-i$

$x_1 = \frac{(5-i)-(1-i)}{2(2+i)}$

$= \frac{2}{2+i}$

$= \frac{2(2-i)}{2^2-i^2}$

$= \frac{4-2i}{5}$

$x_2 = \frac{(5-i)+(1-i)}{2(2+i)}$

$= \frac{3-i}{2+i}$

$= \frac{(3-i)(2-i)}{2^2-i^2}$

$= 1-i$

ដូចនេះ: $\boxed{x_1 = \frac{4-2i}{5}\ ;\ x_2 = 1-i}$

② ក- គណនាអាំងតេក្រាល:

$I = \int(2\sin x+3\cos x)dx$

$= 2\int\sin x\,dx+3\int\cos x\,dx$

$= -2\cos x+3\sin x+c$

ដូចនេះ: $\boxed{I = -2\cos x+3\sin x+c}$ $(c\in\mathbb{R})$

$J = \int\frac{dx}{x^2-5x+6}$

$= \int\frac{dx}{(x-2)(x-3)}$

$= \int\left(\frac{-1}{x-2}+\frac{1}{x-3}\right)dx$

$= -\int\frac{1}{x-2}dx+\int\frac{1}{x-3}dx$

$= -\ln|x-2|+\ln|x-3|+c$

$= \ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right|+c$

ដូចនេះ: $\boxed{J = \ln\frac{x-3}{x-2}+c}$ $(c\in\mathbb{R})$

2- រកព្រីមីទីវ $F(x)$:

ដោយ $F(x)$ ជាព្រីមីទីវនៃ $f(x) = x^2-e^x$

យើងបាន $F(x) = \int f(x)dx$

$= \int(x^2-e^x)dx$

$= \frac{x^3}{3}-e^x+c$

ចំពោះ $F(0)=1 \Leftrightarrow \frac{0}{3}-e^0+c = 1$

$c = 2$

ដូចនេះ: $\boxed{F(x) = \frac{x^3}{3}-e^x+2}$

③ ក- ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល:

យើងមាន សមីការ (E): $y''-3y'+2y=0$

មានសមីការសំគាល់ $r^2-3r+2=0$

ដោយ $a+b+c = 1-3+2 = 0$

$\Rightarrow r_1 = 1\ ;\ r_2 = \frac{2}{1} = 2$

ចម្លើយទូទៅរបស់សមីការ(E) គឺ:

$y = Ae^{r_1x}+Be^{r_2x}$

$\Leftrightarrow\ y = Ae^{x} + Be^{2x}\quad (A;B\in\mathbb{R})$

ដូចនេះ: ចំលើយទូទៅរបស់សមីការ(E):

$$\boxed{y = Ae^{x}+Be^{2x}}\quad (A;B\in\mathbb{R})$$

2- រកចំលើយពិសេស:

យើងមាន $y = Ae^{x}+Be^{2x}$

$\Rightarrow y' = Ae^{x}+2Be^{2x}$

ដោយ អនុគមន៍មានចំលើយអតិបរមា ស្មើ 1 ត្រង់ $x=1$ យើងបាន

$$\begin{cases} y(1)=1 \\ y'(1)=0 \end{cases}$$

បើ $y(1)=1 \Leftrightarrow Ae^{1}+Be^{2\cdot1}=1$

$Ae+Be^{2}=1 \quad (1)$

$y'(1)=0 \Leftrightarrow Ae^{1}+2Be^{2\cdot1}=0$

$Ae+2Be^{2}=0 \quad (2)$

យក(1)−(2) $(-)\begin{cases} Ae+Be^{2}=1 \\ Ae+2Be^{2}=0 \end{cases}$

$-Be^{2}=1$

$B=-e^{-2}$

ជំនួស(1) $Ae-e^{-2}\cdot e^{2}=1$

$A=2e^{-1}$

យើងបាន $y = 2e^{-1}\cdot e^{x}-e^{-2}\cdot e^{2x}$

$= 2e^{x-1}-e^{2(x-1)}$

ដូចនេះ: សមីការ(E)មានចំលើយ:

$$\boxed{y = 2e^{x-1}-e^{2(x-1)}}$$

④ សរសេរ សមីការប្លង់(L):

ដោយ ប្លង់ (L)∥(Q) ហើយ $(Q)\perp\vec{n} \Leftrightarrow (L)\perp\vec{n}$

យើងមានប្លង់(Q): $2x-4y-z+4=0$

មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}(2;-4;-1)$

យើងបាន សមីការប្លង់ (L) ដែលកាត់តាម $M(1;2;-3)$ ហើយមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}(2;-4;-1)$ គឺ

$(L):\ a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$\Leftrightarrow\ 2(x-1)-4(y-2)-(z+3)=0$

$2x-4y-z+3=0$

ដូចនេះ: ប្លង់(L) មានសមីការ $\boxed{2x-4y-z+3=0}$

គណនាចំងាយរវាងប្លង់ទាំង2:

$$d((L);(Q))=\frac{|d_1-d_2|}{\|\vec{n}\|}=\frac{|4-3|}{\sqrt{2^2+(-4)^2+(-1)^2}}=\frac{\sqrt{21}}{21}$$ ឯកតាប្រវែង

ដូចនេះ: $\boxed{d((L);(Q))=\frac{\sqrt{21}}{21}}$ ឯកតាប្រវែង

⑤ រកចំនួនដែលអាចបង្កើតបាន:

ដោយយើងចង់បង្កើត ចំនួនធំជាង 2000

ហើយប្រើលេខ: 0; 1; 2; 3; 4 ។ តាង n

តាងចំនួននេះ: យើងបាន

ខ្ទង់ទី1 មាន 3 ជំរើស

ខ្ទង់ទី2 មាន 4 ជំរើស

ខ្ទង់ទី3 មាន 3 ជំរើស

ខ្ទង់ទី4 មាន 2 ជំរើស

តាមគោលការណ៍រាប់ : $n=3\times4\times3\times2$

$=72$ របៀប

ដូចនេះ: $\boxed{n=72}$ របៀប

⑥ ក- កំណត់ តម្លៃ a និង b :

យើងមាន $f(x)=ae^x+b$

$\Rightarrow f'(x)=ae^x$

ដោយខ្សែកោង (C) កាត់តាម $O(0;0)$

ហើយបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុចនេះ:

ជាបន្ទាត់ពុះទី 1 បន្ទាត់ $y=x$ យើងបាន

$$\begin{cases} f(0)=0 \\ f'(0)=1 \end{cases}$$

បើ $f(0)=0 \Leftrightarrow ae^0+b=0$

$a+b=0 \quad (1)$

$f'(0)=1 \Leftrightarrow ae^0=1$

$a=1 \quad (2)$

យក (2) ជំនួស (1) $1+b=0$

$b=-1$

ដូចនេះ: $\boxed{a=1\,;\,b=-1}$

ខ- សិក្សាអថេរភាព និងសង់ខ្សែកោង (C):

ចំពោះ: $a=1;\ b=-1$

$f(x)=e^x-1$

អនុគមន៍ f កំណត់ $\forall x\in\mathbb{R}$ ដូចនេះ: $\boxed{D_f=\mathbb{R}}$

$f'(x)=(e^x-1)'$

$=e^x>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ ។

ដោយ $f'(x)>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ ដូចនេះ: f ជាអនុគមន៍កើន.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(e^x-1)$

$=-1$

(ព្រោះ: $\lim\limits_{x\to-1} e^x=0$)

ដូចនេះ: $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(e^x-1)$

$=+\infty$

(ព្រោះ: $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty$)

ដូចនេះ: $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty}$

ដោយ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $y=-1$ ជាអាស៊ីមតូតដេក ។

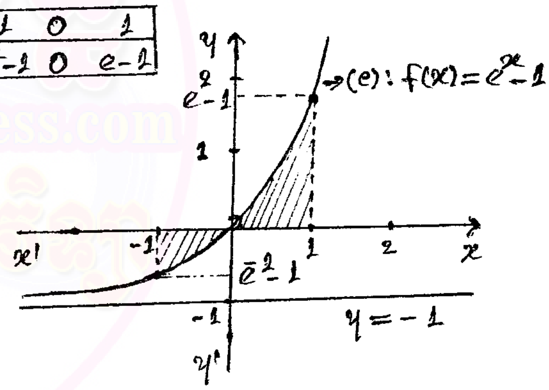
តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

សង់ខ្សែកោង (C) :

តារាងតម្លៃ : $y=f(x)=e^x-1$

x	-1	0	1
y	$e^{-1}-1$	0	$e-1$



គ- គណនាក្រលាផ្ទៃ :

$S=-\int_{-1}^{0}f(x)\,dx+\int_{0}^{1}f(x)\,dx$

$=-\int_{-1}^{0}(e^x-1)\,dx+\int_{0}^{1}(e^x-1)\,dx$

$=-\left[e^x-x\right]_{-1}^{0}+\left[e^x-x\right]_{0}^{1}$

$=-\left[(e^0-0)-(e^{-1}+1)\right]+\left[(e^1-1)-(e^0-0)\right]$

$=\frac{1}{e}+e-2$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ: $\boxed{S=\frac{1}{e}+e-2 \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

លេខបន្ទប់ : ....

លេខតុ : ....

ឈ្មោះ : ....

ហត្ថលេខា : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបង្រៀនកម្រិតមូលដ្ឋាន បង្រៀននៅអនុវិទ្យាល័យ

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី 13 ខែ តុលា ឆ្នាំ 2006

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : 02 ម៉ោង

ប្រធាន :

1- ក). ដោះស្រាយវិសមីការ $2^x + 2^{3-x} \le 9$

ខ). ស្រាយបញ្ជាក់ថា ចំពោះគ្រប់តម្លៃ x ; y គេបាន :

$x^2(1+\sin^2 y) + 2x(\sin y + \cos y) + 1 + \cos^2 y > 0$ (មួយពិន្ទុកន្លះ)

2- កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យសមីការ $(m+1)x^2 - 2mx + 4(m+1) = 0$ មានឫសដែលធំជាងគេនៅចន្លោះ $]-1;1[$ (មួយពិន្ទុ)

3- ក). ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $2y'' - 3y' + y = 0$

ខ). កំណត់ចម្លើយ $g(x)$ មួយរបស់សមីការ (E) ដើម្បីឱ្យក្រាបតាងអនុគមន៍ g ប៉ះនឹងបន្ទាត់ (d) សមីការ $y = -\frac{1}{2}x$ នៅត្រង់ចំណុច O (0 ; 0) (មួយពិន្ទុកន្លះ)

4- កោនមួយមានកំពស់ 15 cm និង កាំបាត 6 cm ។ រកកំពស់ និង កាំបាតនៃស៊ីឡាំងចារឹកក្នុងកោននេះ ដើម្បីឱ្យវាមានមាឌអតិបរមា ។ (មួយពិន្ទុកន្លះ)

5- ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេឱ្យចំណុច A(1;1;0) ; B(0;2;2) C(1;-2;3) និង D(1;-2;0) ។ រកសមីការស្វ៊ែរដែលកាត់តាមចំណុច A ; B ; C និង D

(មួយពិន្ទុកន្លះ)

6- អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=(ax+1)^2$ ចំពោះ $x<2$ និង $f(x) = -ax$ ចំពោះ $x \ge 2$ ។ ចូរកំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យ f ជាអនុគមន៍ជាប់នៅត្រង់ $x = 2$ (មួយពិន្ទុ)

7- អនុគមន៍ f កំណត់លើ $D = [2;+\infty[$ ដែល $f(x) = \dfrac{x^2-4x+4}{(2x-3)(x-1)^2}$

ក). គណនា a ; b ដែល $f(x) = \dfrac{a}{(x-1)^2} + \dfrac{b}{(2x-3)}$

ខ). រកព្រីមីទីវនៃអនុគមន៍ $g(x) = \dfrac{-1}{(x-1)^2}$; $h(x) = \dfrac{1}{2x-3}$

គ). ទាញរក $I = \int_2^3 f(x)dx$ (ពីរពិន្ទុ)

① ក- ដោះស្រាយវិសមីការ :

យើងមាន $2^x + 2^{3-x} \le 9$

$2^x + 2^3 . 2^{-x} \le 9$

$2^x + \frac{8}{2^x} \le 9$

$2^{2x} - 9.2^x + 8 \le 0$

តាង $t = 2^x > 0$

យើងបាន $t^2 - 9t + 8 \le 0$

ដោយ $a + b + c = 1 - 9 + 8 = 0$

$\Rightarrow t_1 = 1 ; t_2 = \frac{8}{1} = 8$

ចំពោះ: $t_1 = 1 \Leftrightarrow 2^x = 1$

$x = 0$

$t_2 = 8 \Leftrightarrow 2^x = 8$

$x = 3$

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$2^{2x}-9.2^x+8\le 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ: ចំលើយនៃវិសមីការគឺ

$\boxed{x \in [0;3]}$

2- ស្រាយបញ្ជាក់ :

តាង $f(x) = x^2(1+\sin^2 y) + 2x(\sin y + \cos y) + 1 + \cos^2 y$

មាន $\Delta = [2(\sin y + \cos y)]^2 - 4(1+\sin^2 y)(1+\cos^2 y)$

$= 4(\sin^2 y + 2\sin y\cos y + \cos^2 y) - 4(1 + \cos^2 y + \sin^2 y + \sin^2 y\cos^2 y)$

$= 4(\sin^2 y + 2\sin y\cos y + \cos^2 y - 1 - \cos^2 y - \sin^2 y - \sin^2 y\cos^2 y)$

$= 4(2\sin y\cos y - 1 - \sin^2 y\cos^2 y)$

$= -4(-2\sin y\cos y + \sin^2 y + \cos^2 y + \sin^2 y\cos^2 y)$

$= -4[(\sin^2 y - 2\sin y\cos y + \cos^2 y) + \sin^2 y\cos^2 y]$

$= -4[(\sin y - \cos y)^2 + \sin^2 y\cos^2 y]$

ដោយ $[(\sin y - \cos y)^2 + \sin^2 y\cos^2 y] > 0 \ \forall y \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow \Delta < 0$ ហើយ $a = (1 + \sin^2 y) > 0$

យើងបាន $f(x) > 0 \quad \forall x; y \ \mathbb{R}$

ដូចនេះ: $\forall x; y$ យើងបាន

$$\boxed{x^2(1+\sin^2 y) + 2x(\sin y + \cos y) + 1 + \cos^2 y > 0}$$

② កំណត់តម្លៃ m :

យើងមានសមីការ: $(m+1)x^2 - 2mx + 4(m+1) = 0$

យើងបាន $f(-1) = (m+1)(-1)^2 - 2m(-1) + 4(m+1)$

$= 7m + 5$

$f(1) = (m+1).1^2 - 2m.1 + 4(m+1)$

$= 3m + 5$

ដើម្បីឲ្យសមីការមានឫសតែមួយគត់ក្នុងចន្លោះ $]-1;1[$ លុះត្រាតែ :

$f(-1) \times f(1) < 0$

$\Leftrightarrow (7m+5)(3m+5) < 0$

$m = -\frac{5}{7} ; m = -\frac{5}{3}$

m	$-\infty$		$-5/3$		$-5/7$		$+\infty$
$(7m+5)(3m+5) < 0$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ: $\boxed{m \in]-\frac{5}{3} ; -\frac{5}{7}[}$

$f_m(x) = (m+1)x^2 - 2mx + 4(m+1)$

$f'_m(x) = (2m+2)x - 2m$

$f'_m(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2m}{2m+2} = \frac{m}{m+1} = \frac{m+1-1}{m+1} = 1 - \frac{1}{m+1}$

x	-1		$1-\frac{1}{m+1}$	
$f'_m(x)$		$+$	0	$-$
f_m		↗		↘

f_m [illegible] $x = \frac{m}{m+1}$

③ ក. ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមានសមីការ (E) : $2y''-3y'+y=0$

មានសមីការសំគាល់ : $2r^2-3r+1=0$

ដោយ $a+b+c=2-3+1=0$

$\Rightarrow r_1=1 ; r_2=\frac{1}{2}$

យើងបានចំលើយទូទៅរបស់សមីការ(E)

$y=Ae^{r_1x}+Be^{r_2x}$

$\Leftrightarrow y=Ae^{x}+Be^{\frac{1}{2}x}$ $(A;B\in\mathbb{R})$

ដូចនេះ: ចំលើយទូទៅរបស់សមីការ(E)គឺ

$\boxed{y=Ae^{x}+Be^{\frac{1}{2}x}}$ $(A;B\in\mathbb{R})$

2. កំណត់ចំលើយពិសេស ;

យើងមាន $y=Ae^{x}+Be^{\frac{1}{2}x}$

$y'=Ae^{x}+\frac{B}{2}e^{\frac{1}{2}x}$

ដោយក្រាបនៃចំលើយប៉ះបន្ទាត់(d): $y=-\frac{1}{2}x$

ត្រង់ចំណុច $O(0;0)$ យើងបាន

$$\begin{cases} y(0)=0 \\ y'(0)=-\frac{1}{2}\end{cases}$$

ចំពោះ $y(0)=0 \Leftrightarrow Ae^{0}+Be^{0}=0$

$A=-B \quad (1)$

$y'(0)=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow Ae^{0}+\frac{B}{2}e^{0}=-\frac{1}{2}$

$2A+B=-2 \quad (2)$

យក(1) ជំនួស(2) : $2(-B)+B=-2$

$B=2$

$\Rightarrow A=-2$

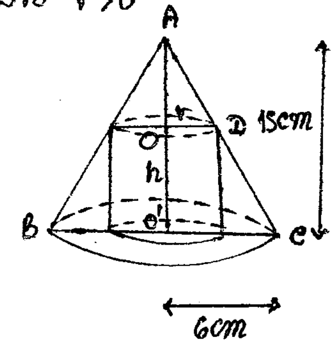
ដូចនេះ: ចំលើយទូទៅនៃសមីការ (E) គឺ

$\boxed{y=-2e^{x}+2e^{\frac{1}{2}x}}$

④ រកកម្ពស់ និងកាំបាត

តាង h ជាកម្ពស់ ដែល $h>0$

r កាំបាត ដែល $r>0$



យើងមាន $V=\pi r^2 h$

ដោយ: $\frac{OD}{O'C}=\frac{OA}{AO'}$

$\Leftrightarrow \frac{r}{6}=\frac{15-h}{15}$

$h=\frac{30-5r}{2}$

យើងបាន $V=\pi r^2\left(\frac{30-5r}{2}\right)$

$=\pi\left(15r^2-\frac{5}{2}r^3\right)$

$V'(r)=\pi\left(30r-\frac{15}{2}r^2\right)$

$=15\pi r\left(2-\frac{r}{2}\right)$

ដោយ $15\pi r>0 \ \forall r\in\mathbb{R}$

បើ $V'(r)=0 \Leftrightarrow 2-\frac{r}{2}=0$

$r=4\,cm$

$V''(r)=\pi(30-15r)$

$V''(4)=\pi(30-15.4)$

$=-30\pi<0$

ដោយ $V''(r)=-30\pi<0$ នោះមាឌស៊ីឡាំងមាន តម្លៃអតិបរមាត្រង់ $r=4cm$

$\Rightarrow h=\frac{30-5.4}{2}$

$=5\,cm$

ដូចនេះ: $\boxed{h=5cm ; r=4cm}$

⑤ រកសមីការស្វ៊ែ (S):

តួទៅសមីការស្វ៊ែ(S): $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

ដោយស្វ៊ែ (S) កាត់តាមចំណុច:

* $A(1;1;0): \Rightarrow 1^2+1^2+0-2a.1-2b.1-2c.0+d=0$

$$-2a-2b+d=-2 \quad (1)$$

* $B(0;2;2): \Rightarrow 0+2^2+2^2-2a.0-2b.2-2c.2+d=0$

$$-4b-4c+d=-8 \quad (2)$$

* $C(1;-2;3): \Rightarrow 1^2+(-2)^2+3^2-2a.1-2b(-2)-2c.3+d=0$

$$-2a+4b-6c+d=-14 \quad (3)$$

* $D(1;-2;0): 1^2+(-2)^2+0-2a.1-2b(-2)-2c.0+d=0$

$$-2a+4b+d=-5 \quad (4)$$

យក(1)-(4):

$$(-)\begin{cases}-2a-2b+d=-2 & (1)\\ -2a+4b+d=-5 & (4)\end{cases}$$

$$-6b=3$$

$$b=-\frac{1}{2}$$

យក(3)-(4):

$$(-)\begin{cases}-2a+4b-6c+d=-14 & (3)\\ -2a+4b+d=-5 & (4)\end{cases}$$

$$-6c=-9$$

$$c=\frac{3}{2}$$

យក $b=-\frac{1}{2}; c=\frac{3}{2}$ ជំនួស (2)

គេបាន $-4(-\frac{1}{2})-4\cdot\frac{3}{2}+d=-8$

$$d=-4$$

ជំនួស(1) គេបាន: $-2a-2(-\frac{1}{2})-4=-2$

$$a=-\frac{1}{2}$$

$(S): x^2+y^2+z^2-2(-\frac{1}{2})x-2(-\frac{1}{2})y-2.\frac{3}{2}z-4=0$

$x^2+y^2+z^2+x+y-3z-4=0$

ចម្លើយ: ស្វ៊ែ(S)មានសមីការ $\boxed{x^2+y^2+z^2+x+y-3z-4=0}$

⑥ កំណត់តម្លៃ a :

គេមាន $f(x)=\begin{cases}(ax+1)^2 & \text{ចំពោះ } x<2\\ -ax & \text{ចំពោះ } x\geq 2\end{cases}$

គេបាន $f(2)=-2a$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-}(ax+1)^2=(2a+1)^2=4a^2+4a+1$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x)=-2a$$

ដោយអនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ $x=2$

នោះ: $\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^+} f(x)=f(2)$

$\Leftrightarrow 4a^2+4a+1=-2a$

$4a^2+6a+1=0$

មាន $\Delta=6^2-4.4=20$

$\sqrt{\Delta}=2\sqrt{5}$

$$a_1=\frac{-6-2\sqrt{5}}{2.4}=\frac{-3-\sqrt{5}}{4}$$

$$a_2=\frac{-6+2\sqrt{5}}{2.4}=\frac{-3+\sqrt{5}}{4}$$

ចម្លើយ: $\boxed{a_1=\frac{-3-\sqrt{5}}{4}\ ;\ a_2=\frac{-3+\sqrt{5}}{4}}$

⑦ ក- គណនា a និង b:

យើងមាន $f(x)=\dfrac{x^2-4x+4}{(2x-3)(x-1)^2}$

ដោយ
$$f(x)=\frac{a}{(x-1)^2}+\frac{b}{(2x-3)}$$
$$=\frac{a(2x-3)+b(x-1)^2}{(x-1)^2(2x-3)}$$
$$=\frac{2ax-3a+bx^2-2bx+b}{(2x-3)(x-1)^2}$$
$$=\frac{bx^2+(2a-2b)x-3a+b}{(2x-3)(x-1)^2}$$

យើងបាន:
$$\frac{x^2-4x+4}{(2x-3)(x-1)^2}=\frac{bx^2+(2a-2b)x-3a+b}{(2x-3)(x-1)^2}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases} b=1 & (1)\\ 2a-2b=-4 & (2)\\ -3a+b=4 & (3)\end{cases}$$

យក (1) ជំនួស (2)
$$\Rightarrow 2a-2\cdot 1=-4$$
$$2a=-2$$
$$a=1$$

ចម្លើយ: $\boxed{a=1\ ;\ b=1}$

ខ- រកព្រីមីទីវ:

តាង $G(x)$ ជាព្រីមីទីវនៃ:
$$g(x)=-\frac{1}{(x-1)^2}$$
$$\Rightarrow G(x)=\int g(x)\,dx$$
$$=\int\left(-\frac{1}{(x-1)^2}\right)dx$$
$$=-\int (x-1)^{-2}dx$$
$$=-\frac{1}{-2+1}\cdot(x-1)^{-2+1}+c$$
$$=(x-1)^{-1}+c$$
$$=\frac{1}{x-1}+c \quad (c\in\mathbb{R})$$

ចម្លើយ: $\boxed{g(x)=\frac{1}{x-1}+c}$ $(c\in\mathbb{R})$

តាង $H(x)$ ជាព្រីមីទីវនៃ $h(x)=\dfrac{1}{2x-3}$
$$\Rightarrow H(x)=\int h(x)\,dx$$
$$=\int\frac{1}{2x-3}\,dx$$
$$=\frac{1}{2}\int\frac{(2x-3)'}{2x-3}dx$$
$$=\frac{1}{2}\ln|2x-3|+c$$

ចម្លើយ: $\boxed{H(x)=\frac{1}{2}\ln|2x-3|+c}$ $(c\in\mathbb{R})$

គ- គណនា I:
$$I=\int_2^3 f(x)\,dx$$
$$=\left[G(x)+H(x)\right]_2^3$$
$$=\left[\frac{1}{x-1}+\frac{1}{2}\ln|2x-3|\right]_2^3$$
$$=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln 3\right)-\left(1+\frac{1}{2}\ln 1\right)$$
$$=\frac{1}{2}\ln 3-\frac{1}{2}$$

ចម្លើយ: $\boxed{I=\frac{1}{2}\ln 3-\frac{1}{2}}$

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

លេខបន្ទប់ : ....

លេខតុ : ....

ឈ្មោះ : ....

ហត្ថលេខា : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបង្រៀនកម្រិតមូលដ្ឋាន បង្រៀននៅអនុវិទ្យាល័យ

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១៦ ខែ តុលា ឆ្នាំ ២០០៧

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : ០២ម៉ោង

ប្រធាន :

1- ក). កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឲ្យ $2xi - y = \dfrac{(3-2i)(1+i)}{i(1+2i)}$

ខ). គេឲ្យ $z = \cos\dfrac{2\pi}{9} + i\sin\dfrac{2\pi}{9}$ ។ សរសេរ $(1+z)^4$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ (មួយពិន្ទុកន្លះ)

2- ក). ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $g''(x) - 5g'(x) + 6g(x) = 0$

ខ). កំណត់ចម្លើយ $g(x)$ មួយនៃសមីការ (E) ដែល $g(0) = 0$ និង $g'(0) = 1$ (មួយពិន្ទុ)

3- គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \dfrac{1-\cos 2x}{x^2}$ ចំពោះ $x \neq 0$ និង $f(0) = \ln(m-1)$ ។ គណនាលីមីត $f(x)$ កាលណា x ខិតជិត 0 ។ កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យ f ជាអនុគមន៍ជាប់នៅត្រង់ $x = 0$ (មួយពិន្ទុកន្លះ)

4- ក្នុងថង់មួយមានឃ្លី ស 3 និង ឃ្លីខ្មៅ 5 ។ គេចាប់យកឃ្លីម្តង 3 ចេញពីក្នុងថង់។ រកប្រូបាបដែលគេអាចចាប់យកបាន ឃ្លី ស 2 និង ឃ្លីខ្មៅ 1 (មួយពិន្ទុ)

5- គេឲ្យអនុគមន៍ $g(x) = \dfrac{x^2-3x-4}{x-2}$ មានក្រាប (c) ។

ក). កំណត់ចំនួនពិត a ; b ; c ដើម្បីឲ្យ $g(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-2}$ ចំពោះ $x \neq 2$

ខ). រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង ទ្រេតនៃក្រាប (c)

គ). បង្ហាញថាចំណុច I (2 ; 1) ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (c) (ពីរពិន្ទុកន្លះ)

6- ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតំរុយអរតូណរម៉ាល់វិជ្ជមាន $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j}\,;\,\vec{k})$ គេឲ្យប្លង់ (P) និងស្វ៊ែ(S) មានសមីការ:

$(P) : x + 2y + 2z + 5 = 0$; $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z = 0$

ក). កំណត់កូអរដោនេផ្ចិត និង កាំនៃស្វ៊ែ (S)

ខ). បង្ហាញថាប្លង់ (P) កាត់ស្វ៊ែ (S)

គ). រកសមីការបណ្តាប្លង់ស្របនឹងប្លង់ (P) ហើយប៉ះនឹងស្វ៊ែ (S) ។ (ពីរពិន្ទុកន្លះ)

① ក- កំណត់ចំនួនពិត x និង y :

យើងមាន : $2xi - y = \dfrac{(3-2i)(1+i)}{i(1+2i)}$

$= \dfrac{3+3i-2i-2i^2}{i+2i^2}$

$= \dfrac{5+i}{-2+i}$

$= \dfrac{(5+i)(-2-i)}{(-2)^2-i^2}$

$= \dfrac{-10-5i-2i-i^2}{5}$

$= -\dfrac{9}{5} - \dfrac{7}{5}i$

យើងបាន : $\begin{cases} 2x = -\dfrac{7}{5} \\ -y = -\dfrac{9}{5} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{7}{10} \\ y = \dfrac{9}{5} \end{cases}$

ដូចនេះ: $\boxed{x = -\dfrac{7}{10}\ ;\ y = \dfrac{9}{5}}$

2- សរសេរជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ :

យើងមាន $z = \cos\dfrac{2\pi}{9} + i\sin\dfrac{2\pi}{9}$

យើងបាន $1+z = 1 + \cos\dfrac{2\pi}{9} + i\sin\dfrac{2\pi}{9}$

$= 2\cos^2\dfrac{\pi}{9} + 2i\sin\dfrac{\pi}{9}\cos\dfrac{\pi}{9}$

$= 2\cos\dfrac{\pi}{9}\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)$

$\Rightarrow (1+z)^4 = \left[2\cos\dfrac{\pi}{9}\left(\cos\dfrac{\pi}{9} + i\sin\dfrac{\pi}{9}\right)\right]^4$

$= 2^4\cos^4\dfrac{\pi}{9}\left(\cos\dfrac{4\pi}{9} + i\sin\dfrac{4\pi}{9}\right)$

$= 16\cos^4\dfrac{\pi}{9}\left(\cos\dfrac{4\pi}{9} + i\sin\dfrac{4\pi}{9}\right)$

ដូចនេះ: $\boxed{(1+z)^4 = 16\cos^4\dfrac{\pi}{9}\left[\cos\dfrac{4\pi}{9} + i\sin\dfrac{4\pi}{9}\right]}$

② ក- ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមាន សមីការ(E): $g''(x) - 5g'(x) + 6g(x) = 0$

មានសមីការសំគាល់ : $r^2 - 5r + 6 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4\cdot 6$

$= 1$

$\sqrt{\Delta} = 1$

$\Rightarrow x_1 = \dfrac{5-1}{2}$

$= 2$

$x_2 = \dfrac{5+1}{2}$

$= 3$

សមីការ (E) មានចំលើយទូទៅ :

$g(x) = Ae^{r_1x} + Be^{r_2x} \quad (A;B \in \mathbb{R})$

$\Leftrightarrow g(x) = Ae^{2x} + Be^{3x}$

ដូចនេះ: សមីការ (E) មានចំលើយទូទៅ:

$\boxed{g(x) = Ae^{2x} + Be^{3x}} \quad (A;B\in\mathbb{R})$

2- កំណត់ចំលើយពិសេស :

ដោយ $g(x) = Ae^{2x} + Be^{3x}$

$\Rightarrow g'(x) = 2Ae^{2x} + 3Be^{3x}$

ចំពោះ $g(0) = 0 \Leftrightarrow A.e^0 + B.e^0 = 0$

$A + B = 0$

$B = -A \quad (1)$

$g'(0) = 1 \Leftrightarrow 2.A.e^0 + 3Be^0 = 1$

$2A + 3B = 1 \quad (2)$

យក(1) ជំនួស(2): $2A + 3(-A) = 1$

$A = -1$

$B = 1$

ដូចនេះ: ចំលើយនៃសមីការ (E) គឺ

$\boxed{g(x) = -e^{2x} + e^{3x}}$

③ គណនាលីមីត :

យើងមាន $f(x) = \frac{1-\cos 2x}{x^2}$

$= \frac{2\sin^2 x}{x^2}$

$= 2\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$

យើងបាន $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} 2\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$

$= 2\cdot 1$

$= 2$

(ព្រោះ: $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1$)

ដូចនេះ: $\boxed{\lim_{x\to 0} f(x) = 2}$

កំណត់តម្លៃ m

យើងមាន $f(0) = \ln(m-1)$ ដោយ អនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ $x=0$ យើងបាន

$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \ln(m-1) = 2$

$m-1 = e^2$

$m = e^2+1$

ដូចនេះ: $\boxed{m = e^2+1}$

④ គណនាប្រូបាប :

ដោយក្នុងថង់មានឃ្លីស 3 និង ឃ្លីខៀវ 5 ឃ្លីសរុបមាន 8 ចាប់ឃ្លីម្តង 3 គ្រាប់ ដូច្នេះ យើងបានចំនួនករណីអាច :

$n(S) = C(8;3)$

$= \frac{8!}{(8-3)!3!}$

$= \frac{8\times7\times6\times5!}{5!3!}$

$= 56$ ករណី

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ ចាប់បានឃ្លីស 1 និង ឃ្លីខៀវ 1 ។

យើងបាន ចំនួនករណីស្រប:

$n(A) = C(3;2)\times C(5;1)$

$= \frac{3!}{(3-2)!2!}\times 5$

$= 15$ ករណី

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$= \frac{15}{56}$

$= 0,26$

ដូចនេះ: $\boxed{P(A) = 0,26}$

⑤ ក. កំណត់ $a;b;c$:

យើងមាន $g(x) = \frac{x^2-3x-4}{x-2}$

$= x-1-\frac{6}{x-2}$

ដោយ $g(x) = ax+b+\frac{c}{x-2}$

យើងបាន $ax+b+\frac{c}{x-2} = x-1-\frac{6}{x-2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-6 \end{cases}$

ដូចនេះ: $\boxed{a=1\ ;\ b=-1\ ;\ c=-6}$

ខ- រកអាស៊ីមតូត :

យើងមាន $g(x) = \frac{x^2-3x-4}{x-2}$

$\lim_{x\to -2} g(x) = \lim_{x\to -2}\frac{x^2-3x-4}{x-2}$

$= \frac{-6}{0}$

$= \pm\infty$

ដោយ $\lim_{x\to -2} g(x) = \pm\infty$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $x=-2$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ ។

ហើយ $g(x)=\frac{x^2-3x-4}{x-2}$

$= x-1-\frac{6}{x-2}$

ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty}\left(-\frac{6}{x-2}\right)=0$

ដូចនេះ បន្ទាត់ $y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត ។

គ- បង្ហាញ:

តាមរូបមន្តប្តូរតម្រុយ: $\begin{cases} x = X+2 \\ y = Y+1 \end{cases}$

ពីអនុគមន៍ $y=f(x)$

យើងបាន $Y+1=f(X+2)$

$=\frac{(X+2)^2-3(X+2)-4}{X+2-2}$

$=\frac{X^2+X-6}{X}$

$\Rightarrow Y = \frac{X^2+X-6}{X}-1$

$=\frac{X^2-6}{X}$

តាង $F(X)=Y \Leftrightarrow F(X)=\frac{X^2-6}{X}$

$\forall X\in D_f\ ;\ -X\in D_f$

យើងបាន $F(-X)=\frac{(-X)^2-6}{-X}$

$=-\frac{X^2-6}{X}$

$=-F(X)$

ដោយ $F(-X)=-F(X)$ នាំឲ្យ $F(X)$ ជាអនុគមន៍សេស ។

ដូចនេះ $I(2;1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះ ។

⑥ ក- កំណត់កូអរដោនេផ្ចិត និងកាំស្វ៊ែ:

យើងមាន $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z=0$

$\Leftrightarrow (x^2-2x+1)+(y^2-4y+4)+(z^2+4z+4)-9=0$

$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=3^2$

ទម្រង់ $(S): (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

ដូចនេះ ផ្ចិតនៃស្វ៊ែគឺ $\boxed{I(1;2;-2)}$

កាំនៃស្វ៊ែគឺ $\boxed{R=3}$

ខ- បង្ហាញ:

យើងមាន $(P): x+2y+2z+5=0$

ផ្ចិតនៃស្វ៊ែ (S): $I(1;2;-2)$ និងកាំ $R=3$

$d(I;(P))=\frac{|1.1+2.2+2(-2)+5|}{\sqrt{1+2^2+2^2}}$

$=2$

ដោយ $d(I;(P))=2<R=3$

ដូចនេះ ប្លង់ (P) កាត់ស្វ៊ែ (S) ។

គ- រកសមីការប្លង់ប៉ះស្វ៊ែដែលស្របប្លង់ (P)

តាង (Q) ជាប្លង់ដែលស្របប្លង់ (P) ។

ដោយ $(Q)\parallel(P)$ យើងបាន ប្លង់ (Q) មានសមីការ

$x+2y+2z+d=0$

ប្លង់ (Q) ប៉ះស្វ៊ែ (S)

$d(I;(Q))=R$

$\Leftrightarrow \frac{|1.1+2.2+2(-2)+d|}{\sqrt{1+2^2+2^2}}=3$

$|1+d|=9$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1+d=9 \\ -(1+d)=9 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} d=8 \\ d=-10 \end{cases}$

ដូចនេះ មានប្លង់ពីរដែលស្របប្លង់ (P) ហើយប៉ះស្វ៊ែ (S) គឺ

$\boxed{(Q_1): x+2y+2z+8=0}$

$\boxed{(Q_2): x+2y+2z-10=0}$

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឡា

លេខបន្ទប់ : ....

លេខតុ : ....

ឈ្មោះ : ....

ហត្ថលេខា : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបង្រៀនកម្រិតមូលដ្ឋាន បង្រៀននៅអនុវិទ្យាល័យ

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១៦ ខែ តុលា ឆ្នាំ ២០០៨

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : ០២ ម៉ោង

ប្រធាន :

1- ក). ដោះស្រាយសមីការ $\frac{x-1}{1991}+\frac{x-5}{1987}+\frac{x+7}{1999}+\frac{x-11}{1981}=4$

ខ). ដោះស្រាយសមីការ $\ln\sqrt{x^2} = \sqrt{2\ln(-x)}$

គ). ដោះស្រាយវិសមីការ $0<\frac{x^2-2x-3}{x-2}<4$ (១ពិន្ទុកន្លះ)

2- គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}$

ក). កំណត់តម្លៃ A ; B ; C ដើម្បីឱ្យ $f(x)=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$

ខ). គណនា $F(x)=\int\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}\,dx$ (2ពិន្ទុ)

3- គេមានថង់ពីរ A និង B ។ ក្នុងថង់ A មានប៊ូលពណ៌ស 1 និងប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 3 ។ ក្នុងថង់ B មានប៊ូលពណ៌ស 5 និងប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 3 ។ គេទាញយកប៊ូលមួយពីថង់ A និងប៊ូលមួយពីថង់ B ហើយប្តូរគ្នា។

ក). រកប្រូបាប ដើម្បីឱ្យថង់ A មានតែប៊ូលពណ៌ខ្មៅ បន្ទាប់ពីប្តូរគ្នា

ខ). រកប្រូបាប ដើម្បីឱ្យពណ៌ប៊ូលនៅក្នុងថង់នីមួយៗនៅដដែលបន្ទាប់ពីប្តូរគ្នា។ (១ពិន្ទុកន្លះ)

4- ក). ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y''+4y'+4y=0$

ខ). គេឱ្យសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (F) : $y''+4y'+4y=-4x$ ។

កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដែលអនុគមន៍ $\varphi : x \longmapsto ax+b$ ជាចម្លើយនៃ (F) (១ពិន្ទុកន្លះ)

5- ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូណរម៉ាល់វិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេឱ្យបួនចំណុច A (-2 ; 0 ; 1) B (0 ; 10 ; 3) ; C (2 ; 0 ; -1) និង D (5 ; 3 ; -1)

ក). សរសេរសមីការប្លង់ (P) កាត់តាមចំណុច A ; B និង C

ខ). សរសេរសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច D ហើយកែងនឹងប្លង់ (P)

គ). សរសេរសមីការស្វ៊ែផ្ចិត D ហើយប៉ះនឹងប្លង់ (P) ។ (១ពិន្ទុកន្លះ)

6- គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=3\sin x-2\sin^3 x$ (២ពិន្ទុ)

ក). សិក្សាអថេរភាព និងសង់ខ្សែកោង (C) នៃ f

ខ). រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ F កំណត់ដោយ $F(x)=a\cos x+b\cos^3 x$ ជាព្រីមីទីវមួយនៃ f ។

① ក. ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមាន សមីការ:

$$\frac{x-1}{1991}+\frac{x-5}{1987}+\frac{x+7}{1999}+\frac{x-11}{1981}=4$$

$$\frac{x-1}{1991}-1+\frac{x-5}{1987}-1+\frac{x+7}{1999}-1+\frac{x-11}{1981}-1=0$$

$$\frac{x-1-1991}{1991}+\frac{x-5-1987}{1987}+\frac{x+7-1999}{1999}+\frac{x-11-1981}{1981}=0$$

$$\frac{x-1992}{1991}+\frac{x-1992}{1987}+\frac{x-1992}{1999}+\frac{x-1992}{1981}=0$$

$$(x-1992).\left(\frac{1}{1991}+\frac{1}{1987}+\frac{1}{1999}+\frac{1}{1981}\right)=0$$

ដោយ $\frac{1}{1991}+\frac{1}{1987}+\frac{1}{1999}+\frac{1}{1981}>0$

$\Rightarrow x-1992=0$

$x=1992$

ចម្លើយ: $\boxed{x=1992}$

ខ. ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមានសមីការ: $\ln\sqrt{x^2}=\sqrt{2\ln(-x)}$

សមីការមានន័យកាលណា :

$$\begin{cases} x\neq 0 \\ -x>0 \\ \ln(-x)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ x<0 \\ x\leq -1 \end{cases}$$

$x\in]-\infty;-1]$

យើងបាន: $\ln\sqrt{x^2}=\sqrt{2\ln(-x)}$

$\ln|x|=\sqrt{2\ln(-x)}$

$\ln^2|x|=\sqrt{(2\ln(-x))}^2$

$\ln^2|x|=2\ln|x|$

$\ln^2|x|-2\ln|x|=0$

$\ln|x|(\ln|x|-2)=0$

$$\begin{cases} \ln|x|=0 \\ \ln|x|=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x|=1 \\ |x|=e^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=\pm 1 \\ x=\pm e^2 \end{cases}$$

ដែល $x\in]-\infty;-1]$

ចម្លើយ: $\boxed{x=-e^2;\ x=-1}$

គ. ដោះស្រាយវិសមីការ :

យើងមាន $0<\frac{x^2-2x-3}{x-2}<4$

ចំពោះ: $0<\frac{x^2-2x-3}{x-2}$

$x^2-2x-3>0 \qquad (x\neq 2)$

មាន $\Delta=(-2)^2-4.(-3)$

$=16$

$\sqrt{\Delta}=4$

$x_1=\frac{2-4}{2}$

$=-1$

$x_2=\frac{2+4}{2}$

$=3$

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$\frac{x^2-2x-3}{x-2}>0$	$+$	0 $-$	$-$ 0	$+$	

$x\in]-\infty;-1[\cup]3;+\infty[\quad (1)$

ចំពោះ: $\frac{x^2-2x-3}{x-2}<4$

$x^2-6x+5<0$

ដោយ $a+b+c=1-6+5=0$

$\Rightarrow x_1=1;\ x_2=\frac{c}{a}=5$

x	$-\infty$	1	5	
$\frac{x^2-2x-3}{x-2}<4$	$+$	0	$-$	0 $+$

$x\in]1;5[\quad (2)$

តាម (1) និង (2)

$$-\infty \quad -1 \quad 1 \quad 3 \quad 5 \quad +\infty$$

ដូចនេះ: $\boxed{x \in]3\,;\,5[}$

2- រកតម្លៃ $A\,;\,B\,;\,C$:

យើងមាន $f(x)=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$

$$=\frac{A(x+1)^2+Bx(x+1)+Cx}{x(x+1)^2}$$

$$=\frac{(A+B)x^2+(2A+B+C)x+A}{x^3+2x^2+x}$$

ដោយ $f(x)=\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}$

យើង $\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}=\frac{(A+B)x^2+(2A+B+C)x+A}{x^3+2x^2+x}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A=6 \\ 2A+B+C=20 \\ A+B=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=6 \\ B=-1 \\ C=9 \end{cases}$$

ដូចនេះ: $\boxed{A=6\,;\,B=-1\,;\,C=9}$

3- គណនា $F(x)$:

ដំណោះ: $A=6\,;\,B=-1\,;\,C=9$

$$f(x)=\frac{6}{x}-\frac{1}{x+1}+\frac{9}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow F(x)=\int\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx$$

$$=\int\left[\frac{6}{x}-\frac{1}{x+1}+\frac{9}{(x+1)^2}\right]dx$$

$$=6\int\frac{1}{x}dx-\int\frac{1}{x+1}dx+9\int\frac{1}{(x+1)^2}dx$$

$$=6\ln|x|-\ln|x+1|-\frac{9}{x+1}+C$$

ដូចនេះ: $\boxed{F(x)=6\ln|x|-\ln|x+1|-\frac{9}{x+1}+C}$ $C\in\mathbb{R}$

③ ក. គណនាប្រូបាបដើម្បីអោយ ថង់A មានតែ ប៊ូលពណ៌ខៀវ បន្ទាប់ពីប្តូរ :

តាង E ជាព្រឹត្តិការណ៍ ដែលថង់ A មានតែប៊ូល ពណ៌ ខៀវ បន្ទាប់ពីប្តូរ ។ មានន័យថា គេចាប់ បានប៊ូលពណ៌ស 1 ពីថង់ A និង ចាប់បានប៊ូលពណ៌ ខៀវ 1 ពីថង់ B ។

$$\Rightarrow P(E)=\frac{C(1;1)}{C(4;1)}\times\frac{C(3;1)}{C(8;1)}$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{3}{8}$$

$$=\frac{3}{32}$$

ដូចនេះ: $\boxed{P(E)=\frac{3}{32}}$

2- រកប្រូបាបដើម្បីអោយប៊ូលក្នុងថង់នីមួយៗ នៅដដែលបន្ទាប់ពីប្តូរ :

តាង F ជាព្រឹត្តិការណ៍ដែល ប៊ូលក្នុងថង់នីមួយៗ នៅដដែលបន្ទាប់ពីប្តូរ ។ មានន័យថា គេចាប់បានប៊ូលស 1 ពីថង់A និង ចាប់បានប៊ូលស 1 ពីថង់B ឬ គេចាប់បានប៊ូលខៀវ1 ពីថង់ A និង ចាប់បានប៊ូល ខៀវ 1 ពីថង់ B ។

$$\Rightarrow P(F)=\frac{C(1;1)}{C(4;1)}\times\frac{C(5;1)}{C(8;1)}+\frac{C(3;1)}{C(4;1)}\times\frac{C(3;1)}{C(8;1)}$$

$$=\frac{1}{4}\times\frac{5}{8}+\frac{3}{4}\times\frac{3}{8}$$

$$=\frac{7}{16}$$

ដូចនេះ: $\boxed{P(F)=\frac{7}{16}}$

④ ក. ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមាន សមីការ (E): $y''+4y'+4y=0$

មានសមីការសំគាល់ $r^2+4r+4=0$

$$\Delta=4^2-4\cdot4$$

$$=0$$

សមីការមានឫសឌុប $r_0 = \frac{-4}{2}$

$= -2$

សមីការ (E) មានចំលើយទូទៅ:

$$y = (Ax+B)e^{r_0 x} \quad (A; B \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow \quad y = (Ax+B)e^{-2x}$$

ដូចនេះ: ចំលើយទូទៅនៃ (E) គឺ $\boxed{y=(Ax+B)e^{-2x}}$ $(A; B \in \mathbb{R})$

ខ- កំណត់តម្លៃ a និង b :

យើងមាន $f(x) = ax+b$

$f'(x) = a$

$f''(x) = 0$

ដោយ $f(x)$ ជាចំលើយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

$(F): \ y''+4y'+4y=-4x$

យើងបាន $f''(x)+f'(x)+4y=-4x$

$0+4a+4(ax+b)=-4x$

$$\begin{cases} 4a=-4 \\ 4a+4b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$$

ដូចនេះ: $\boxed{a=-1 ; b=1}$

⑤ ក- សរសេរសមីការប្លង់ (P) :

យើងមាន $A(-2;0;1)$; $B(0;10;3)$; $C(2;0;-1)$

$\vec{AB}(2;10;2)$; $\vec{AC}(4;0;-2)$

យើងបាន $\vec{AB}\times\vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 10 & 2 \\ 4 & 0 & -2 \end{vmatrix}$

$=(-20-0)\vec{i}-(-4-8)\vec{j}+(0-40)\vec{k}$

$=-20\vec{i}+12\vec{j}-40\vec{k}$

តាង $\vec{n} = \vec{AB}\times\vec{AC}$ ជាវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់នៃប្លង់ (P) ។

យើងបានសមីការប្លង់ (P) ដែលមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}(-20;12;-40)$ ហើយកាត់តាមចំណុច $A(-2;0;1)$

កំណត់ដោយ (P): $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$-20(x+2)+12(y-0)-40(z-1)=0$

$-20x-40+12y-40z+40=0$

$-20x+12y-40z=0$

$5x-3y+10z=0$

ដូចនេះ: ប្លង់ (P) មានសមីការ: $\boxed{5x-3y+10z=0}$

ខ- សរសេរសមីការបន្ទាត់ :

តាង (L) ជាបន្ទាត់ដែលកាត់តាម $D(5;3;-1)$

ហើយកែងទៅនឹងប្លង់ (P) ។

ដោយ $(P)\perp\vec{n}$ ហើយ $(L)\perp(P)$

$\Rightarrow (L) \parallel \vec{n}$ នោះ $\vec{n}(-20;12;-40)$

ជាវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ (L) ។

យើងបាន សមីការបន្ទាត់ (L) ដែលកាត់តាមចំណុច $D(5;3;-1)$ និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{n}(-20;12;-40)$

កំណត់ដោយ (L): $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \\ z=z_0+ct \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

$\Leftrightarrow (L): \begin{cases} x=5-20t \\ y=3+12t \\ z=-1-40t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ (L): មានសមីការ :

$$\boxed{\begin{cases} x=5-20t \\ y=3+12t \\ z=-1-40t \end{cases}} \quad (t\in\mathbb{R})$$

(គ) សរសេរសមីការស្វ៊ែ (S):

មួយទៅ (S): $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

ដោយ Ω ជាផ្ចិតនៃស្វ៊ែ ហើយប៉ះប្លង់ (P)

យើងបាន $R = d(\Omega,(P))$

$$= \frac{|5.5-3.3+10.(-1)|}{\sqrt{5^2+(-3)^2+10^2}}$$

$$= \frac{3\sqrt{134}}{67}$$

$\Rightarrow$ (S): $(x-5)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=\left(\frac{3\sqrt{134}}{67}\right)^2$

ដូចនេះ: ស្វ៊ែ (S) មានសមីការ:

$$\boxed{(x-5)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=\left(\frac{3\sqrt{134}}{67}\right)^2}$$

(៦) ក- សិក្សាអថេរភាព និងសង់ខ្សែកោង (C):

យើងមាន $f(x)=3\sin x-2\sin^3 x$

តាង $t=\sin x$ ដែល $-1\le t\le 1$

$\Rightarrow f(t)=3t-2t^3$

មាន $\boxed{D_f\in[-1;1]}$

$f'(t)=3-6t^2$

បើ $f'(t)=0 \Leftrightarrow 3-6t^2=0$

$t=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$f(\frac{\sqrt{2}}{2})=3.\frac{\sqrt{2}}{2}-2.\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3$

$=\sqrt{2}$

$f(-\frac{\sqrt{2}}{2})=3.(-\frac{\sqrt{2}}{2})-2.\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3$

$=-\sqrt{2}$

$\lim\limits_{t\to -1} f(t)=\lim\limits_{t\to -1}(3t-2t^3)$

$=-1$

$\lim\limits_{t\to 1} f(t)=\lim\limits_{t\to 1}(3t-2t^3)$

$=1$

តារាងអថេរភាព

t	-1		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	-1	↘	$-\sqrt{2}$	↗	$\sqrt{2}$	↘	1

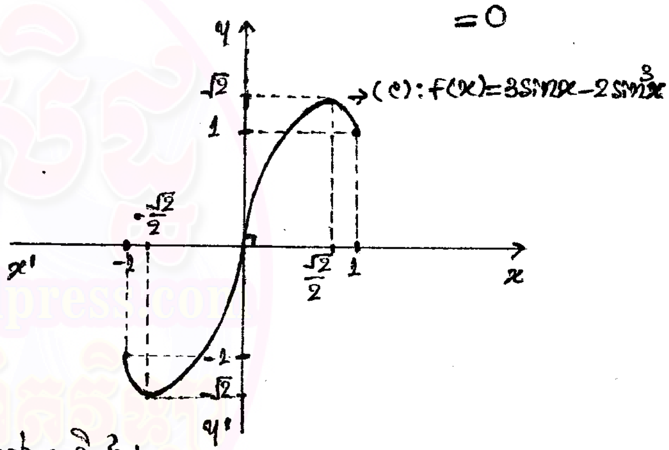
តាមតារាងអថេរភាព : អនុគមន៍ f មាន

- ចំណុចអប្បបរមាធៀបត្រង់ $t=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ គឺ $\boxed{f(-\frac{\sqrt{2}}{2})=-\sqrt{2}}$
- ចំណុចអតិបរមាធៀបត្រង់ $t=\frac{\sqrt{2}}{2}$ គឺ $\boxed{f(\frac{\sqrt{2}}{2})=\sqrt{2}}$

សង់ខ្សែកោង (C):

(C) ∩ (x'Ox) ត្រង់ $x=0 \Rightarrow y=f(x)=3\sin 0-2\sin^3 0$

$=0$



ខ- កំណត់ a និង b:

យើងមាន $F(x)=a\cos x+b\cos^3 x$

$F'(x)=-a\sin x-3b\sin x\cos^2 x$

$=-a\sin x-3b\sin x(1-\sin^2 x)$

$=(-a-3b)\sin x+3b\sin^3 x$

ដោយ F(x) ជាព្រីមីទីវនៃ f(x) យើងបាន $F'(x)=f(x)$

$\Leftrightarrow (-a-3b)\sin x+3b\sin^3 x=3\sin x-2\sin^3 x$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3b=-2\\ -a-3b=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=-\frac{2}{3}\\ a=-1\end{cases}$

ដូចនេះ: $\boxed{a=-1\ ;\ b=-\frac{2}{3}}$

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា　　　　　　　　ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ឈ្មោះ :...ណារ៉ូ....ណូ.ចាន់...

បន្ទប់លេខ : ......១ ....　　ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបង្រៀនកម្រិតមូលដ្ឋាន បង្រៀននៅអនុវិទ្យាល័យ

តុលេខ : .....314.................

ហត្ថលេខា : ....

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១៥ ខែ តុលា ឆ្នាំ ២០០៩

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : ០២ម៉ោង

ប្រធាន :

1- ក). ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច $z^2-(5-i)z+8-i=0$

ខ). គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=29x^2+6x+2010$ ។ បើ $a>0$; $b>0$

ស្រាយបញ្ជាក់ថា $f\left(\frac{a+b}{1+a+b}\right)<f\left(\frac{a}{1+a}+\frac{b}{1+b}\right)$ (១ពិន្ទុកន្លះ)

2- ត្រីកោណកែងមួយមានប្រវែងអ៊ីប៉ូតេនុស $5dm$ ។ កំណត់ប្រវែងជ្រុងនៃមុំកែងរបស់ត្រីកោណកែង ដើម្បីឱ្យផ្ទៃក្រឡារបស់វាអតិបរមា។ (១ពិន្ទុ)

3- ក). ចូរកំណត់ចំនួនថេរ a និង b ដើម្បីឱ្យចំពោះគ្រប់ x គេបាន

$$\frac{1}{x(x+1)(x+2)}=\frac{a}{x(x+1)}+\frac{b}{(x+1)(x+2)}$$

ខ). គណនាផលបូក $S=\frac{1}{1.2.3}+\frac{1}{2.3.4}+.....+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}$ (២ពិន្ទុ)

4-ក្នុងថង់មួយមានប៊ូលក្រហម3 ប៊ូលខ្មៅ3 ប៊ូលស3។ គេចាប់យកប៊ូល3 ពីក្នុងថង់ ដោយយកម្តងមួយៗ ហើយមិនដាក់វិញ។

ក). រកប្រូបាប ដើម្បីឱ្យគេចាប់យកបានប៊ូលមានពណ៌ដូចគ្នា

ខ). រកប្រូបាប ដើម្បីឱ្យគេចាប់យកបានប៊ូលមួយក្នុងមួយពណ៌ (មួយពិន្ទុកន្លះ)

5- ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេឱ្យចំណុច

$A(1;4;3)$; $B(2;11;4)$ និង $C(-3;-5;4)$ ។

ក). បង្ហាញថា ចំណុចទាំងបី A ; B ; C មិននៅលើបន្ទាត់តែមួយ

ខ). សរសេរសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាមចំណុច A ; B ; C

គ). គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC (១ពិន្ទុកន្លះ)

6- គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=\ln(ax+b)$ មានខ្សែកោង (C) ។

ក). កំណត់តម្លៃ a និង b ដើម្បីឱ្យខ្សែកោង (C) នៃអនុគមន៍ f កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $x=-1$ និងកាត់អ័ក្សអរដោនេត្រង់ $y=\ln 2$

ខ). សិក្សាអថេរភាព និងគូសខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ f ចំពោះតម្លៃ a និង b ដែលរកឃើញ រួចគណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកនៃប្លង់ខ័ណ្ឌដោយខ្សែកោង (C) អ័ក្សអាប់ស៊ីស បន្ទាត់ $x=-\frac{3}{2}$ និងបន្ទាត់ $x=0$ ។ (២ពិន្ទុកន្លះ)

① ក- ដោះស្រាយសមីការ :

យើងមានសមីការ: $z^2-(5-i)z+8-i=0$

មាន $\Delta=[-(5-i)]^2-4(8-i)$

$=8-6i$

$=3^2-2.3i+i^2$

$=(3-i)^2$

$\sqrt{\Delta}=3-i$

យើងបាន $z_1=\frac{(5-i)-(3-i)}{2}$

$=1$

$z_2=\frac{(5-i)+(3-i)}{2}$

$=4-i$

ដូចនេះ: $\boxed{z_1=1\ ;\ z_2=4-i}$

ខ. បង្ហាញ :

យើងមាន $f(x)=29x^2+6x+2010$

មាន $\Delta=6^2-4.29.2010<0$

ដោយ $\begin{cases}\Delta<0\\ a=29>0\end{cases}$

$\Rightarrow f(x)>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ ។

ហើយ : $\frac{a+b}{1+a+b}=\frac{a}{1+a+b}+\frac{b}{1+a+b}$

បើ: $a>0\ ;\ b>0$

យើងបាន: $\frac{a}{1+a+b}<\frac{a}{1+a}$

$\frac{b}{1+a+b}<\frac{b}{1+b}$

$\Leftrightarrow \frac{a}{1+a+b}+\frac{b}{1+a+b}=\frac{a+b}{1+a+b}<\frac{a}{1+a}+\frac{b}{1+b}$

ដូចនេះ: $\boxed{f\left[\frac{a+b}{1+a+b}\right]<f\left[\frac{a}{1+a}+\frac{b}{1+b}\right]}$

② កំណត់ប្រវែងជ្រុងនៃមុំកែង :

តាង x និង y ជាជ្រុងនៃមុំកែង

ហើយ $0<x;y<5\ dm$

$S=\frac{1}{2}x.y$

ដោយ $x^2+y^2=25$

$\Rightarrow y=\sqrt{25-x^2}$

$S=\frac{1}{2}x.\sqrt{25-x^2}$

$S'(x)=\frac{1}{2}\left[x'.\sqrt{25-x^2}+(\sqrt{25-x^2})'.x\right]$

$=\frac{1}{2}\left(\sqrt{25-x^2}-\frac{2x}{2.\sqrt{25-x^2}}.x\right)$

$=\frac{25-2x^2}{2\sqrt{25-x^2}}$

$\forall x\in\,]0;5[\ \Rightarrow 2\sqrt{25-x^2}>0$

បើ $S'(x)=0\Leftrightarrow 25-2x^2=0$

$2x^2=25$

$x=\frac{5\sqrt{2}}{2}\ dm$

តារាងសញ្ញា $S'(x)$:

x	0		$\frac{5\sqrt{2}}{2}$		5
$S'(x)$		$+$	0	$-$	

ដោយ $S'\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)=0$ ហើយប្ដូរសញ្ញាពី $(+)$ ទៅ $(-)$

នោះ S មានតម្លៃអតិបរមា ត្រង់ $x=\frac{5\sqrt{2}}{2}\ dm$

$\Rightarrow y=\sqrt{25-\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2}$

$=\frac{5\sqrt{2}}{2}\ dm$

ដូចនេះ: $\boxed{x=y=\frac{5\sqrt{2}}{2}\ dm}$

③ ក- កំណត់តម្លៃ a និង b :

យើងមាន: $\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x(x+1)} + \frac{b}{(x+1)(x+2)}$

$$= \frac{a(x+2)+bx}{x(x+1)(x+2)}$$

$$= \frac{(a+b)x+2a}{x(x+1)(x+2)}$$

យើងបាន: $\begin{cases} 2a = 1 \\ a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$

ដូចនេះ: $\boxed{a = \frac{1}{2} \; ; \; b = -\frac{1}{2}}$

ខ. គណនាផលបូក :

ដោយ: $a = \frac{1}{2}$; $b = -\frac{1}{2}$

យើងបាន: $\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{1}{2x(x+1)} - \frac{1}{2(x+1)(x+2)}$

ជំនួស x ដោយ : $1 ; 2 ; 3 ; \dots ; n$

$$\begin{cases} \frac{1}{1.2.3} = \frac{1}{2.1.2} - \frac{1}{2.2.3} \\ \frac{1}{2.3.4} = \frac{1}{2.2.3} - \frac{1}{2.3.4} \\ \frac{1}{3.4.5} = \frac{1}{2.3.4} - \frac{1}{2.4.5} \\ \text{-----------------} \\ \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{2n(n+1)} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)} \end{cases}$$

$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$$

ដូចនេះ: $\boxed{S = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}}$

④ គណនាប្រូបាប :

ដោយក្នុងថង់មាន ប៊ូលក្រហម 3 ប៊ូលខ្មៅ3 និងប៊ូលស 3 ប៊ូលសរុបមាន 9 គេចាប់ប៊ូល 3 ពីក្នុងថង់ យកម្ដងមួយៗ ហើយមិនដាក់វិញ

យើងបានចំនួនករណីអោយ $n(S) = C(9;1) \times C(8;1) \times C(7;1)$

$$= 9 \times 8 \times 7$$

$$= 504 \text{ ករណី}$$

ក- ចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចៗគ្នា :

តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍ ដែលចាប់បានប៊ូលមានពណ៌ដូចៗគ្នា ។

មានន័យថា គេចាប់បានប៊ូល ពណ៌ក្រហម 3 ឬ ប៊ូលស 3 ឬ ប៊ូលខ្មៅ 3 ។

យើងបានចំនួនករណីស្រប :

$$n(A) = C(3;3) + C(3;3) + C(3;3)$$

$$= 1 + 1 + 1$$

$$= 3 \text{ ករណី}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{504} = \frac{1}{168}$$

ដូចនេះ: $\boxed{P(A) = \frac{1}{168}}$

ខ- ចាប់បានប៊ូល មួយក្នុងមួយពណ៌ :

តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍ ដែលចាប់បានប៊ូលមួយក្នុងមួយពណ៌ ។ មានន័យថា គេចាប់បានប៊ូលក្រហម 1 ប៊ូលខ្មៅ 1 និង ប៊ូលស 1 ។

យើងបាន ចំនួនករណីស្រប:

$$n(B) = C(3;1) \times C(3;1) \times C(3;1)$$

$$= 3 \times 3 \times 3$$

$$= 27 \text{ ករណី}$$

$$\Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{27}{504}=\frac{3}{56}$$

ដូចនេះ: $\boxed{P(B)=\frac{3}{56}}$

⑤ ក. បង្ហាញ៖

យើងមាន: $A(1;4;3); B(2;11;4); C(-3;-5;4)$

យើងបាន: $\vec{AB}(1;7;1)$; $\vec{AC}(-4;-9;1)$

$$\vec{AB}\times\vec{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 7 & 1\\ -4 & -9 & 1\end{vmatrix}$$

$$=(7+9)\vec{i}-(1+4)\vec{j}+(-9+28)\vec{k}$$

$$=16\vec{i}-5\vec{j}+19\vec{k}$$

ដោយ $\vec{AB}\times\vec{AC}=16\vec{i}-5\vec{j}+19\vec{k}\neq 0$

នោះ $\vec{AB}$ និង $\vec{AC}$ មិនកូលីនេអ៊ែនឹងគ្នា ។

ដូចនេះ: $\boxed{A;B;C \text{ មិននៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។}}$

ខ. សរសេរសមីការប្លង់ (P):

រូបមន្ត (P): $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

យក $\vec{n}=\vec{AB}\times\vec{AC}$ ជាវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់នៃ (P) ។

យើងបាន សមីការប្លង់ (P) ដែលមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}(16;-5;19)$ ហើយកាត់តាម៖

$A(1;4;3)$ កំណត់ដោយ

(P): $16(x-1)-5(y-4)+19(z-3)=0$

$$16x-16-5y+20+19z-57=0$$

$$16x-5y+19z-53=0$$

ដូចនេះ: ប្លង់(P)មានសមីការ : $\boxed{16x-5y+19z-53=0}$

គ. គណនាក្រលាផ្ទៃ ៖

យើងមាន $\vec{AB}\times\vec{AC}=16\vec{i}-5\vec{j}+19\vec{k}$

$$\|\vec{AB}\times\vec{AC}\|=\sqrt{16^2+(-5)^2+19^2}=\sqrt{642}$$

យើងបាន $S_{ABC}=\frac{1}{2}\|\vec{AB}\times\vec{AC}\|=\frac{\sqrt{642}}{2}$ ឯកតាផ្ទៃ

ដូចនេះ: $\boxed{S_{ABC}=\frac{\sqrt{642}}{2} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

⑥ ក. កំណត់តម្លៃ a និង b ៖

យើងមាន $f(x)=\ln(ax+b)$

ដោយខ្សែកោង (C) កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $x=-1$ និងកាត់អ័រដោនេត្រង់ $y=\ln 2$

យើងបាន $\begin{cases} f(-1)=0\\ f(0)=\ln 2\end{cases}$

ចំពោះ: $f(-1)=0 \Leftrightarrow \ln(-a+b)=0$

$$e^{\ln(-a+b)}=e^0$$

$$-a+b=1 \quad (1)$$

$f(0)=\ln 2 \Leftrightarrow \ln b=\ln 2$

$$b=2 \quad (2)$$

យក (2) ជំនួស (1): $-a+2=1$

$$a=1$$

ដូចនេះ: $\boxed{a=1 ; b=2}$

ខ. សិក្សាអថេរភាព និងសង់ខ្សែកោង (C) ៖

ចំពោះ: $a=1$; $b=2$

$$f(x)=\ln(x+2)$$

អនុគមន៍ f កំណត់បាន កាលណា $x+2>0$

$x>-2$

ដូចនេះ: $\boxed{D_f\in\,]-2;+\infty[}$

$$f'(x)=[\ln(x+2)]'$$
$$=\frac{(x+2)'}{x+2}$$
$$=\frac{1}{x+2}$$

$\forall x\in D_f \quad x+2>0 \Rightarrow f'(x)>0$

ដូចនេះ: f ជាអនុគមន៍កើន ។

គណនាលីមីត:

$$\lim_{x\to -2^+} f(x)=\lim_{x\to -2^+}\ln(x+2)=-\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x)=\lim_{x\to +\infty}\ln(x+2)=+\infty$$

ដោយ $\lim_{x\to -2^+} f(x)=-\infty$ ដូចនេះ:
បន្ទាត់ $x=-2$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (c)

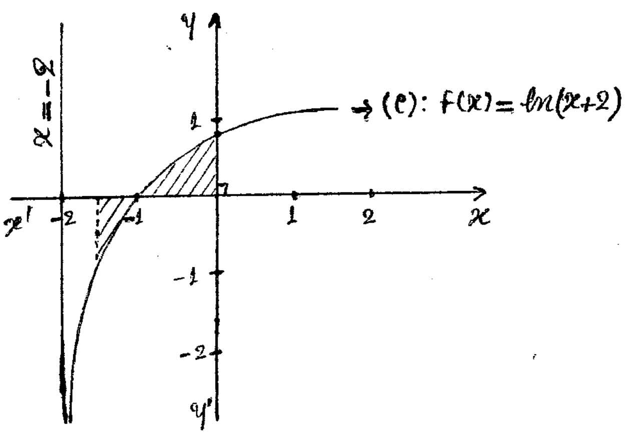
តារាងអថេរភាព

x	-2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

សង់ខ្សែកោង (c)

$(c)\cap(\overrightarrow{x'ox})$ ត្រង់ $x=-1$

$(c)\cap(\overrightarrow{y'oy})$ ត្រង់ $y=\ln 2$



គណនាក្រលាផ្ទៃ:

$$S=-\int_{-\frac{3}{2}}^{-1} f(x)\,dx+\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$$
$$=\int_{-\frac{3}{2}}^{-1}\ln(x+2)\,dx+\int_{-1}^{0}\ln(x+2)\,dx$$
$$=-\Big[(x+2)(\ln(x+2)-1)\Big]_{-\frac{3}{2}}^{-1}+\Big[(x+2)(\ln(x+2)-1)\Big]_{-1}^{0}$$
$$=-\Big[(\ln 1-1)-\frac{1}{2}\big(\ln\frac{1}{2}-1\big)\Big]+\Big[2(\ln 2-1)-(\ln 1-1)\Big]$$
$$=1+\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+2\ln 2-2+1$$
$$=\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}+2\ln 2-\frac{1}{2}$$
$$=\frac{1}{2}\ln 2^{-1}+2\ln 2-\frac{1}{2}$$
$$=\frac{3}{2}\ln 2-\frac{1}{2} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}$$

ដូចនេះ: $\boxed{S=\frac{3}{2}\ln 2-\frac{1}{2} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

ព្រះរាជាណាចក្រកម្ពុជា

ជាតិ សាសនា ព្រះមហាក្សត្រ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

ឈ្មោះ : ....

បន្ទប់លេខ : .... ប្រឡងជ្រើសរើសគ្រូបង្រៀនកម្រិតមូលដ្ឋាន បង្រៀននៅអនុវិទ្យាល័យ

តុលេខ : ....

ហត្ថលេខា : ....

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១៥ ខែ តុលា ឆ្នាំ ២០១០

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា

រយៈពេល : ០២ម៉ោង

ប្រធាន :

១- គេឱ្យចំនួនពិត α មួយដែល $-\pi < \alpha < \pi$

ក). បង្ហាញថា $\sin^2\alpha - 2(1+\cos\alpha) = -4\cos^4\frac{\alpha}{2}$

ខ). ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិច $Z^2 - 2Z\sin\alpha + 2(1+\cos\alpha) = 0$ (១ពិន្ទុ)

២- ចតុកោណកែងមួយមានផ្ទៃក្រឡា $2500\ m^2$ ។ រកប្រវែងជ្រុងនៃចតុកោណកែង ដើម្បីឱ្យវាមានបរិមាត្រតូចបំផុត ។ (១ពិន្ទុ)

៣- ក). ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (E) : $y'' - y = 0$

ខ). កំណត់ចម្លើយមួយនៃសមីការ (E) បើគេដឹងថា ក្រាបនៃចម្លើយកាត់អ័ក្ស $(y'y)$ ត្រង់ចំណុច $y = 4$ ហើយ បន្ទាត់ប៉ះក្រាបត្រង់ចំណុចនេះ ស្របទៅនឹងបន្ទាត់ (D) : $y = 2x - 4$ (១ពិន្ទុ)

៤- គេទាញយកតួអក្សរ បួន ពីតួអក្សរនៃពាក្យ STATISTIQUE ។ ចូរគណនាប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដែលបានពាក្យ SITE តាមលំដាប់នៃតួអក្សរ បើគេទាញយកម្តងមួយៗ ក្នុងករណីទាំងពីរខាងក្រោម ÷

ក). គេមិនដាក់ទៅវិញទេនូវតួអក្សរដែលទាញយកមកហើយ

ខ). គេដាក់ទៅវិញនូវតួអក្សរដែលទាញយកមកហើយ មុននឹងទាញយកតួអក្សរមួយទៀត ។ (២ពិន្ទុ)

៥- ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$ នៃលំហ គេមានចំណុច $A(6\,;4\,;-2)$; $B(6\,;2\,;0)$; $C(4\,;2\,;-2)$ ។

ក). បង្ហាញថា ត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសម័ង្ស

ខ). គេឱ្យចំណុច $S(3\,;y\,;z)$ ។ គណនាតម្លៃ y និង z ដើម្បីឱ្យ SABC ជាពីរ៉ាមីតនិយ័តមានកំពូល S ។ (២ពិន្ទុ)

៦- គេឱ្យអនុគមន៍ f មានអថេរ x កំណត់ដោយ $f(x) = \frac{5^x}{5^{2x} - 1}$

ក). ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាអនុគមន៍ f កំណត់លើសំណុំចំនួនពិត R ខុសពីសូន្យ

ខ). បង្ហាញថា អនុគមន៍ f ជាអនុគមន៍សេស

គ). សិក្សាទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f លើ $]0,+\infty[$ រួចទាញរកទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f លើ $]-\infty,0[$

ឃ). ដោះស្រាយសមីការ $f(x) = \frac{2}{3}$ ។ (៣ពិន្ទុ)

① ក. បង្ហាញ:

យើងមាន $\sin^2\alpha - 2(1+\cos\alpha) = \left(2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2 - 2\cdot 2\cos^2\frac{\alpha}{2}$

$= -4\cos^2\frac{\alpha}{2}\left(1-\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)$

$= -4\cos^2\frac{\alpha}{2}\cdot\cos^2\frac{\alpha}{2}$

$= -4\cos^4\frac{\alpha}{2}$

ដូចនេះ: $\boxed{\sin^2\alpha - 2(1+\cos\alpha) = -4\cos^4\frac{\alpha}{2}}$

ខ. ដោះស្រាយសមីការ:

យើងមានសមីការ: $z^2 - 2z\sin\alpha + 2(1+\cos\alpha) = 0$

មាន $\Delta = (-2\sin\alpha)^2 - 4\cdot 2(1+\cos\alpha)$

$= 4\left[\sin^2\alpha - 2(1+\cos\alpha)\right]$

$= 4\cdot\left(-4\cos^4\frac{\alpha}{2}\right)$

$= -16\cos^4\frac{\alpha}{2}$

$= \left(4i\cos^2\frac{\alpha}{2}\right)^2$

$\sqrt{\Delta} = 4i\cos^2\frac{\alpha}{2}$

យើងបាន $z_1 = \frac{2\sin\alpha - 4i\cos^2\frac{\alpha}{2}}{2}$

$= \sin\alpha - 2i\cos^2\frac{\alpha}{2}$

$z_2 = \frac{2\sin\alpha + 4i\cos^2\frac{\alpha}{2}}{2}$

$= \sin\alpha + 2i\cos^2\frac{\alpha}{2}$

ដូចនេះ: $\boxed{z_1 = \sin\alpha - 2i\cos^2\frac{\alpha}{2};\ z_2 = \sin\alpha + 2i\cos^2\frac{\alpha}{2}}$

② រកបរិមាត្រសម្រាប់ចតុកោណកែង:

តាង x ជាបណ្តោយ ដែល $x>0$

y ជាទទឹង ដែល $y>0$

P ជាបរិមាត្រ

S ជាក្រលាផ្ទៃ

យើងបាន: $S = x\cdot y \Leftrightarrow y = \frac{S}{x}$

ដោយ $S = 2500m^2$

$\Rightarrow y = \frac{2500}{x}$

$P = 2(x+y)$

$= 2x+2y$

$= 2x + 2\cdot\frac{2500}{x}$

$P'(x) = 2 + 2\cdot 2500\left(\frac{-x'}{x^2}\right)$

$= 2 - 5000\cdot\frac{1}{x^2}$

$= \frac{2x^2-5000}{x^2}$

$\forall x>0$ បើ $P'(x)=0$

$\Leftrightarrow 2x^2-5000=0$

$x^2 = 2500$

$x = 50\ m$

$P''(x) = \left(2 - 5000\cdot\frac{1}{x^2}\right)'$

$= \frac{10^3}{x^3}$

$\Rightarrow P''(50) = \frac{10^3}{(50)^3} > 0$

$P''(50) > 0$ នោះចតុកោណកែងមានបរិមាត្រតូចបំផុត ចំពោះ: $x = 50m$

$\Rightarrow y = \frac{2500}{50}$

$= 50m$

ដូចនេះ: $\boxed{x = y = 50\ m}$

③ ក. ដោះស្រាយសមីការ:

យើងមាន សមីការ (E): $y''-y=0$

មានសមីការសំគាល់: $r^2-1=0$

$\Rightarrow r = \pm 1$

សមីការ (E) មានចំលើយទូទៅ :

$$y = Ae^{r_1x}+Be^{r_2x}$$

$$\Leftrightarrow y = Ae^{-x}+Be^{x} \quad (A;B\in IR)$$

ដូចនេះ: ចំលើយទូទៅនៃសមីការ (E) គឺ

$$\boxed{y = Ae^{-x}+Be^{x}} \quad (A;B\in IR)$$

2- កំណត់ចំលើយពិសេស :

យើងមាន $y = Ae^{-x}+Be^{x}$

$$\Rightarrow y' = -Ae^{-x}+Be^{x}$$

ដោយក្រាបនៃចំលើយកាត់អ័ក្ស $(y'y)$ ត្រង់ចំណុច $y=4$ ហើយបន្ទាត់ប៉ះក្រាបត្រង់ចំណុចនេះ ស្របបន្ទាត់ (D): $y=2x-4$

យើងបាន : $\begin{cases} y(0)=4 \\ y'(0)=2 \end{cases}$

ចំពោះ: $y(0)=4 \Leftrightarrow A.e^{0}+B.e^{0}=4$

$$A+B=4$$

$$B=4-A \quad (1)$$

$$y'(0)=2 \Leftrightarrow -A.e^{0}+B.e^{0}=2$$

$$-A+B=2 \quad (2)$$

យក (1) ជំនួស (2): $-A+4-A=2$

$$A=1$$

$$\Rightarrow B=4-1$$

$$=3$$

ដូចនេះ: ចំលើយរបស់សមីការ (E) គឺ :

$$\boxed{y = e^{x}+3e^{x}}$$

④ គណនាប្រូបាបដែលបានពាក្យ SITE :

ក្នុងពាក្យ: STATISTIQUE មាន

11 តួអក្សរ ដែលក្នុងនោះ: S មាន 2 តួ

T មាន 3 តួ

A មាន 1 តួ

I មាន 2 តួ

Q មាន 1 តួ

U មាន 1 តួ

E មាន 1 តួ

ក-គេមិនដាក់ទៅវិញនូវតួអក្សរដែលគេទាញយកមកហើយ :

យើងបាន $P = \frac{2}{11}\times\frac{2}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{1}{8}$

$$= \frac{1}{660}$$

ដូចនេះ: $\boxed{P=\frac{1}{660}}$

ខ- គេដាក់នូវតួអក្សរដែលបានទាញមកហើយ មុននឹងទាញយកតួអក្សរមួយទៀត :

យើងបាន $P' = \frac{2}{11}\times\frac{2}{11}\times\frac{3}{11}\times\frac{1}{11}$

$$= \frac{12}{14641}$$

ដូចនេះ: $\boxed{P=\frac{12}{14641}}$

⑤ ក- បង្ហាញ :

យើងមាន $A(6;4;-2)$; $B(6;2;0)$; $C(4;2;-2)$

យើងបាន $\vec{AB}=(6-6)\vec{i}+(2-4)\vec{j}+(0+2)\vec{k}$

$$=0\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$$

$$\Rightarrow \|\vec{AB}\| = \sqrt{(-2)^2+2^2}$$

$$=2\sqrt{2}$$

$\vec{AC} = (4-6)\vec{i} + (2-4)\vec{j} + (-2+2)\vec{k}$

$= -2\vec{i} - 2\vec{j} + 0\vec{k}$

$\Rightarrow \|\vec{AC}\| = \sqrt{(-2)^2+(-2)^2}$

$= 2\sqrt{2}$

$\vec{BC} = (4-6)\vec{i} + (2-2)\vec{j} + (-2+0)\vec{k}$

$= -2\vec{i} + 0\vec{j} - 2\vec{k}$

$\Rightarrow \|\vec{BC}\| = \sqrt{(-2)^2+(-2)^2}$

$= 2\sqrt{2}$

ដោយ $\|\vec{AB}\| = \|\vec{AC}\| = \|\vec{BC}\| = 2\sqrt{2}$

ដូចនេះ: $\boxed{\text{ត្រីកោណ } ABC \text{ ជាត្រីកោណសម័ង្ស}}$

២- គណនា y និង z

យើងមាន $S(3;y;z)$

យើងបាន $*\ \vec{SA}(3;4-y;-2-z)$

$\|\vec{SA}\| = \sqrt{3^2+(4-y)^2+(-2-z)^2}$

$SA^2 = 3^2+(4-y)^2+(-2-z)^2$

$= 29-8y+y^2+4z+z^2$

$*\ \vec{SB}(3;2-y;-z)$

$\|\vec{SB}\| = \sqrt{3^2+(2-y)^2+(-z)^2}$

$SB^2 = 3^2+(2-y)^2+(-z)^2$

$= 13-4y+y^2+z^2$

$*\ \vec{SC}(1;2-y;-2-z)$

$\|\vec{SC}\| = \sqrt{1^2+(2-y)^2+(-2-z)^2}$

$SC^2 = 1+(2-y)^2+(-2-z)^2$

$= 9-4y+y^2+4z+z^2$

ដោយ $SABC$ ជាពីរ៉ាមីតនិយ័តកំពូល S

យើងបាន $\|\vec{SA}\| = \|\vec{SB}\| = \|\vec{SC}\| \Leftrightarrow SA^2 = SB^2 = SC^2$

បើ: $SA^2 = SB^2 \Leftrightarrow 29-8y+y^2+4z+z^2 = 13-4y+y^2+4z+z^2$

$-y+z = -4 \quad (1)$

$SA^2 = SC^2 \Leftrightarrow 29-8y+y^2+4z+z^2 = 9-4y+y^2+4z+z^2$

$20-4y = 0$

$y = 5 \quad (2)$

យក (2) ជំនួស (1): $-5+z=-4$

$z = 1$

ដូចនេះ: $\boxed{y=5\ ;\ z=1}$

៦ ក. ដែនកំណត់ :

យើងមាន: $f(x) = \dfrac{5^x}{5^{2x}-1}$

អនុគមន៍ f កំណត់បានកាលណា:

$5^{2x}-1 \neq 0 \Leftrightarrow 5^{2x} \neq 1$

$5^{2x} \neq 5^0$

$2x \neq 0$

$x \neq 0$

ដូចនេះ: $\boxed{D_f \in \mathbb{R}\setminus\{0\}}$

ខ- បង្ហាញថា f ជាអនុគមន៍សេស :

$\forall x \in D_f ; -x \in D_f$

យើងបាន $f(x)+f(-x) = \dfrac{5^x}{5^{2x}-1} + \dfrac{5^{-x}}{5^{-2x}-1}$

$= \dfrac{5^x(5^{-2x}-1)+5^{-x}(5^{2x}-1)}{(5^{2x}-1)(5^{-2x}-1)}$

$= \dfrac{5^{-x}-5^x+5^x-5^{-x}}{(5^{2x}-1)(5^{-2x}-1)}$

ដោយ: $(5^{2x}-1)(5^{-2x}-1) \neq 0$

$\Rightarrow f(x)+f(-x)=0$

ដូចនេះ: $\boxed{\text{អនុគមន៍ } f \text{ ជាអនុគមន៍សេស ។}}$

គ. សិក្សាទិសដៅអថេរភាព:

យើងមាន $f(x)=\dfrac{5^x}{5^{2x}-1}$

យើងបាន $f'(x)=\dfrac{(5^x)'(5^{2x}-1)-(5^{2x}-1)'5^x}{(5^{2x}-1)^2}$

$=\dfrac{5^x\ln5(5^{2x}-1)-2.5^{2x}\ln5}{(5^{2x}-1)^2}$

$=\dfrac{-5^x\ln5(5^{2x}+1)}{(5^{2x}-1)^2}$

$\forall x\in]0;+\infty[: 5^x\ln5(5^{2x}+1)>0$

$(5^{2x}-1)^2>0$

$\Rightarrow f'(x)<0$

ដូចនេះ: $\boxed{f \text{ ជាអនុគមន៍ចុះលើចន្លោះ }]0;+\infty[}$

តាមទិសដៅអថេរភាពលើចន្លោះ $]-\infty;0[$

ដោយ f ជាអនុគមន៍សេស ហើយ $x<0$

ដូចនេះ: $\boxed{f \text{ ជាអនុគមន៍ចុះលើ }]-\infty;0[}$

ឃ. ដោះស្រាយសមីការ:

យើងមាន $f(x)=\dfrac{5^x}{5^{2x}-1}$

ចំពោះ: $f(x)=\dfrac{2}{3}$

យើងបាន $\dfrac{5^x}{5^{2x}-1}=\dfrac{2}{3}$

$3.5^x=2(5^{2x}-1)$

$-2.5^{2x}+3.5^x+2=0 \quad (1)$

តាង $t=5^x>0$

(1) យើងបាន: $-2t^2+3t+2=0$

មាន $\Delta=3^2-4.(-2).2$

$=25$

$\sqrt{\Delta}=5$

$\Rightarrow t_1=\dfrac{-3-5}{-2.2}$

$=2$

$t_2=\dfrac{-3+5}{-2.2}$

$=-\dfrac{1}{2}<0$ មិនយក

ចំពោះ: $t_1=2$

ដោយ $t=5^x$

$\Leftrightarrow 5^x=2$

$\log_5 5^x=\log_5 2$

$x=\log_5 2$

ដូចនេះ: $\boxed{x=\log_5 2}$